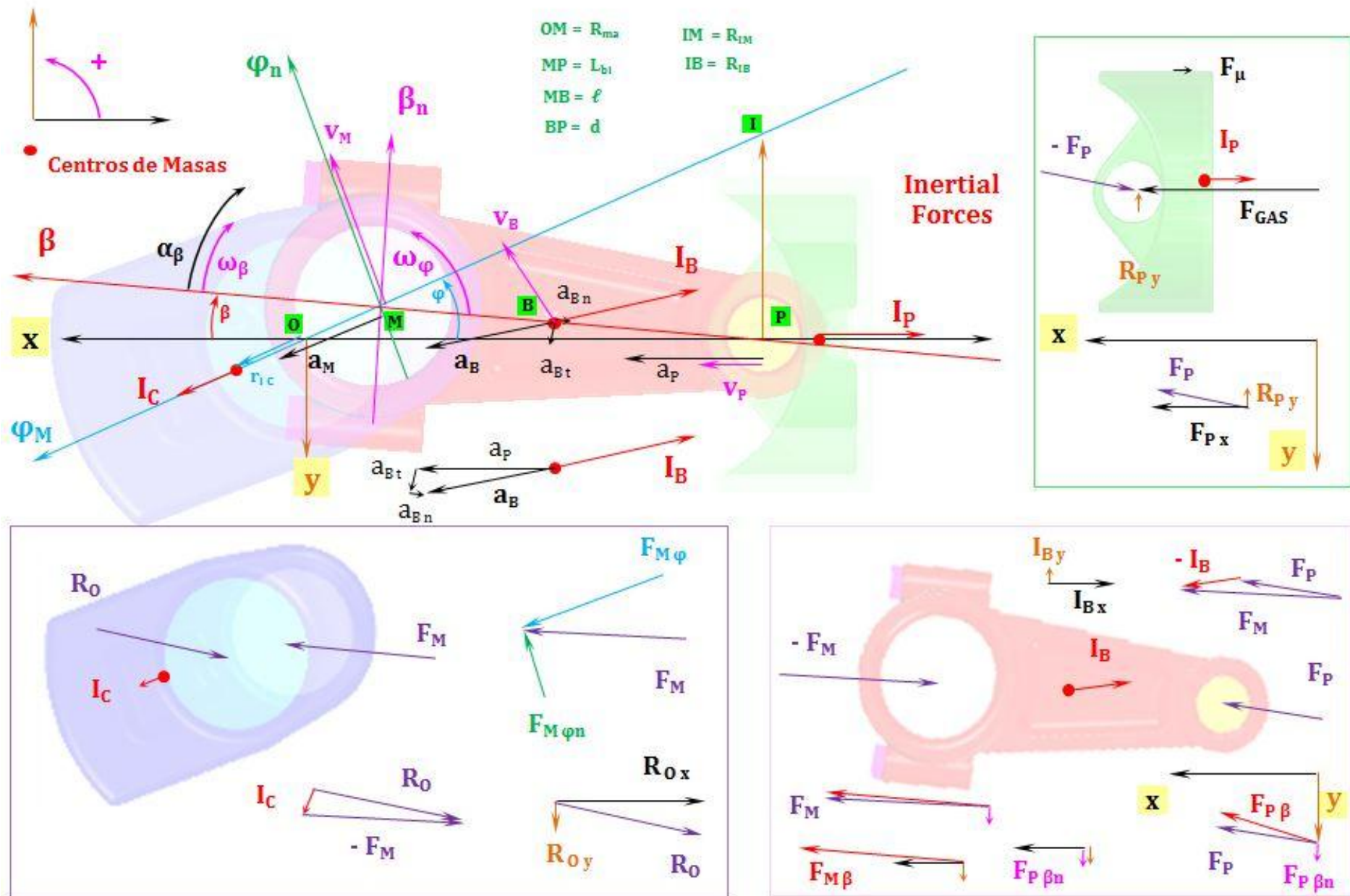


# Theoretical Dynamic Analysis Design Internal Combustion Engine Piston, Connecting Rod and Crankshaft



Con la **termodinámica**, calculamos el **trabajo indicado** por los gases en el cilindro durante el ciclo  $W_i = \oint P dV$

aproximándolo en el ordenador como el sumatorio  $W_i \approx \sum P \Delta V$  que nos permite calcular la potencia, el rendimiento, etc.

Necesitamos conocer **las fuerzas** que soportan el pistón, la biela y el cigüeñal para poder diseñarlos (a resistencia).

Implica:

**A)** Conocer **las inercias** que se calculan con distintos **métodos**, que llamaremos 123, Classic, Cla Var, Arr, etc.

**B)** Hay que resolver **un sistema dinámico** que plantearemos mediante distintas **hipótesis**, que definirán cómo se reparten las Inercias y los Grados de Libertad DOF (Degrees Of Freedom) de las conexiones (puntos **O**rigen, **M**anivela, **P**istón).

**C)** Una vez resuelto, la fuerza  $F_{M\varphi n}$  (tangencial sobre la manivela M), nos proporcionará el par instantáneo  $F_{M\varphi n} R_{ma}$

siendo el **trabajo del par durante el ciclo**  $W_p \approx \sum F_{M\varphi n} R_{ma} \Delta\varphi$  (cálculo dinámico)

que debería coincidir con el **trabajo indicado**  $W_i \approx \sum P \Delta V$  (cálculo termodinámico)

y deberá cumplirse para el ciclo que  $W_i \approx W_p$   $\sum P \Delta V \approx \sum F_{M\varphi n} R_{ma} \Delta\varphi$

Es más intuitivo e interesante expresar la aproximación en términos de rendimiento  $\eta_i = W_i/W_{comb} \approx \eta_p = W_p/W_{comb}$

Por tanto, antes de restar las pérdidas externas debidas a  $W_{accesorios}$  ( $W_{bomba} + W_{alternador}$ , etc.)  $\eta_i \approx \eta_p$

es decir, los cálculos **termodinámicos** deben coincidir con los **dinámicos** (*es una condición necesaria pero no suficiente*).

**A)** La dinámica de sistemas para el movimiento plano establece 3 ecuaciones para la resolución del problema:

$$\sum F_x - \sum m a_x = 0$$

$$\sum F_y - \sum m a_y = 0$$

$$\sum M_z - \sum I_{zz} \alpha_z = 0$$

La Hipótesis tradicional es

$$F_{Px} = F_{GAS} + \sum I_x$$

(Suma Vectorial)

$$\text{tg } \beta = R_{Py} / F_{Px}$$

$$\text{tg } \beta = R_{Py} / F_{Px}$$

$$R_{Py} = F_{Px} \text{ tg } \beta$$

$$F_{P\beta} = F_{Px} / \cos \beta$$

$$F_{P\beta n} = 0$$

$$F_{M\beta} = F_{P\beta}$$

$$F_{M\varphi} = F_{P\beta} \cos (\varphi + \beta)$$

$$F_{M\varphi n} = F_{P\beta} \sin (\varphi + \beta)$$

$$R_{O\varphi} = F_{M\varphi}$$

$$R_{O\varphi n} = F_{M\varphi n}$$

$$R_{Ox} = R_{O\varphi} \cos \varphi$$

$$R_{Oy} = R_{O\varphi} \sin \varphi$$

Utilizaremos esta hipótesis para comparar distintos métodos y elegir *el mejor método*.

B) Luego plantearemos otras hipótesis basadas en *el mejor método*.

➤ Método **Classic Inertia 1/2/3** ( $\sum I_{x123}$ )

La masa de la biela  $m_B$  (y su inercia,  $I_B$ ), las reparte entre pistón y cigüeñal, agregándole al pistón (2/3 de  $m_B$  como inercia alternativa) y al cigüeñal, (1/3 de  $m_B$  como inercia centrífuga).

➤ El método ConRod Inertia ( $\sum I_{xArr}$ ), calcula la inercia de la biela  $I_B$  a partir de su aceleración  $a_B$  ( $I_B = -m_B a_B$ ). Siendo la aceleración suma de las aceleraciones **relativa** y de **arrastre**

$$a_B = a_{B-0} = a_{B-P} + a_{P-0} = a_{B-Pn} + a_{B-Pt} + a_{P-0} = a_{Bn} + a_{Bt} + a_P$$

$$a_B = a_{Bn} + a_{Bt} + a_P$$

➤ Otro método es el **Classic Inertia** ( $\sum I_{xClassic}$ ) que reparte la masa de la biela entre pistón y cigüeñal según el principio de sistema equivalente con masas, centros de masas, fuerzas y momentos equivalentes que se describe a continuación. Como no se pueden satisfacer todas las condiciones a la vez, se supone que el centro de percusión coincide con el pasador de la Manivela ( $\ell_P = \ell_A$ ).

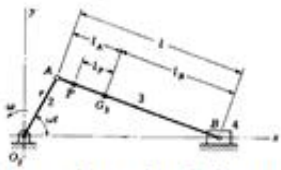
➤ Se evalúa otra variante, que llamaremos Inercia Classic Variable, ( $\sum I_{xCla-Var}$ ) método basado en el anterior con un radio de inercia **variable**  $r_{ifEqui}$  y un ángulo  $\varphi_{Equi}$  equivalentes que tiene en cuenta la excentricidad  $e = \ell_P - \ell_A$

➤ Otra variante ídem de la anterior pero con radio de inercia máximo  $r_{ifMAX}$  **constante** ( $\sum I_{xClaMax}$ )

C) Comprobaremos si se cumple  $\eta_i \approx \eta_p$

A continuación se expone el método **Classic Inertia**:

Se supone que la masa de la biela  $m_3$  está concentrada en el centro de gravedad  $G_3$ . Esta masa se divide en dos partes; una de ellas,  $m_{3B}$ , se concentra entonces en el pasador de articulación  $B$ ; la otra,  $m_{3P}$ , se concentra en el *centro de percusión*  $P$  para la oscilación de la biela en torno a  $B$ . Esta disposición de la masa de la biela es dinámicamente equivalente a la biela original, si la masa total es la misma, si la posición del centro de gravedad  $G_3$  se mantiene invariable y si el momento de inercia no cambia. Al escribir estas tres condiciones, respectivamente, en forma de ecuación produce



$$m_3 = m_{3B} + m_{3P} \quad (a)$$

$$m_{3B}l_B = m_{3P}l_P \quad (b)$$

$$I_G = m_{3B}l_B^2 + m_{3P}l_P^2 \quad (c)$$

Al resolver simultáneamente las ecuaciones (a) y (b) da la porción de la masa que se debe concentrar en cada punto.

$$m_{3B} = m_3 \frac{l_P}{l_B + l_P} \quad m_{3P} = m_3 \frac{l_B}{l_B + l_P} \quad (14-16)$$

Después de sustituir las ecuaciones (14-16) en la (c), da

$$I_G = m_3 \frac{l_P}{l_B + l_P} l_B^2 + m_3 \frac{l_B}{l_B + l_P} l_P^2 = m_3 l_P l_B \quad (d)$$

o bien, 
$$l_P l_B = \frac{I_G}{m_3} \quad (14-17)$$

La (14-17) muestra que las dos distancias  $l_P$  y  $l_B$  son mutuamente dependientes. Por tanto, si se especifica  $l_B$  por adelantado, la longitud de  $l_P$  queda fija mediante la (14-17).

En la biela común, el centro de percusión está cerca del pasador de la manivela y se supone que son coincidentes. Por tanto, haciendo que  $l_A = l_P$ , las (14-16) se reducen a

$$m_{3B} = \frac{m_3 l_A}{l} \quad m_{3A} = \frac{m_3 l_B}{l} \quad (14-18)$$

Se observa una vez más que las masas equivalentes, obtenidas por las ecuaciones (14-18), no son exactas debido a la suposición hecha; pero son bastante aproximadas para las bielas comunes. Por ejemplo, la aproximación no es válida para la

En el gráfico de la izquierda se calcula la distribución de masas equivalentes a la biela.

**Se hace la suposición de que P coincide con A ( $l_P = l_A$ )**

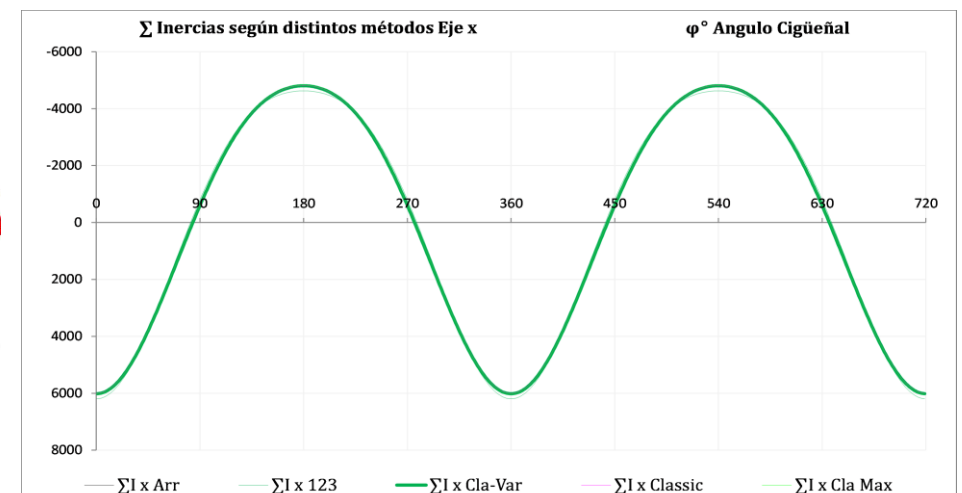
Lo cual sucede para un determinado valor de  $I_G$

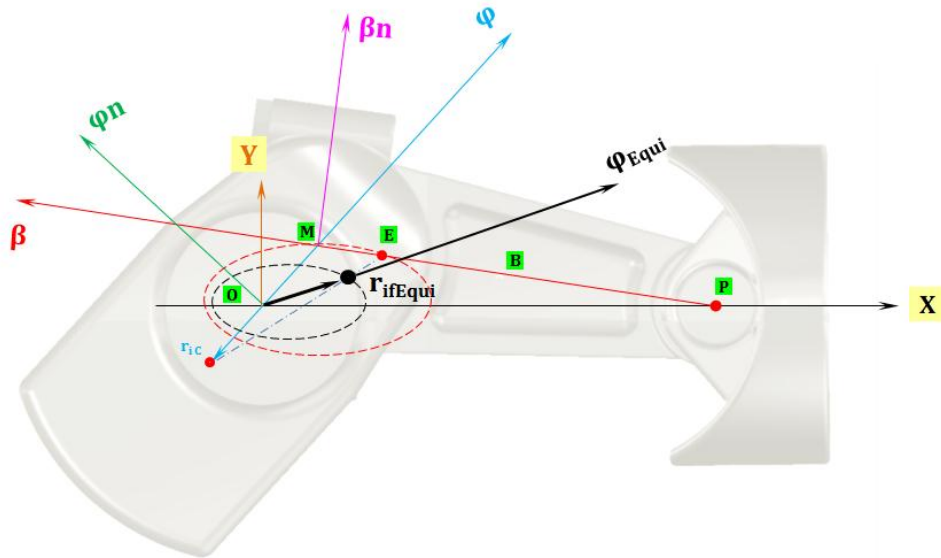
cuando  $I_G = m_3 l_A l_B = m_3 l_P l_B$  **Classic Inertia**

*Aunque esto no sucede en general, ya que el valor de  $I_G$  depende del diseño de la biela, si podemos hacerlo coincidir en una simulación del ordenador para comparar estos resultados con los obtenidos al calcular la inercia de la biela mediante la aceleración de arrastre más la relativa  $\Sigma I_{x \text{ Arr}}$*

Es decir, si  $l_P = l_A$  los resultados serían exactos y deberían coincidir. **Normalmente  $l_P \leq l_A$**

La simulación nos lo confirma:



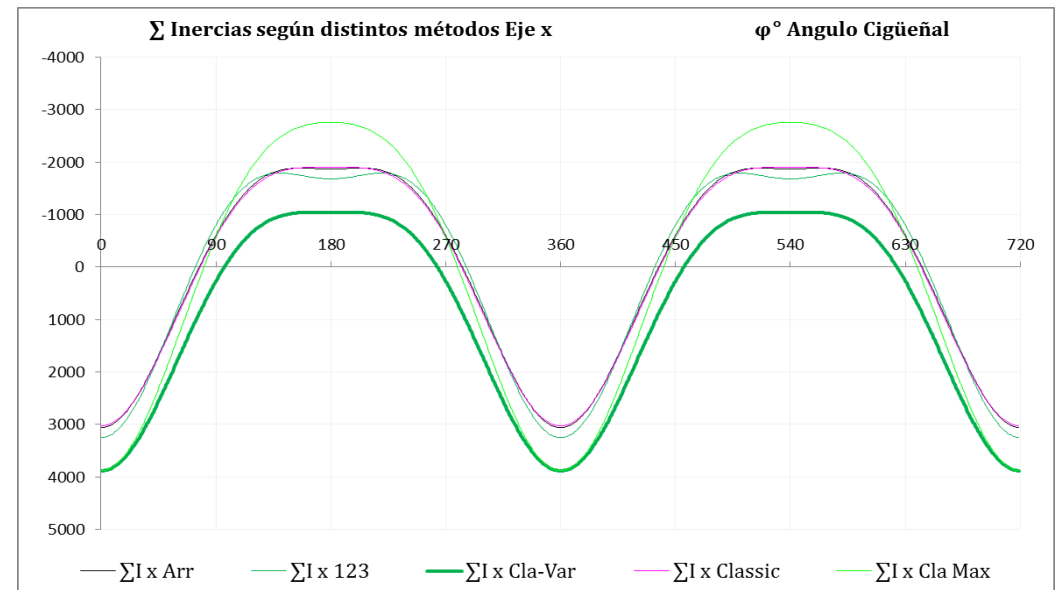
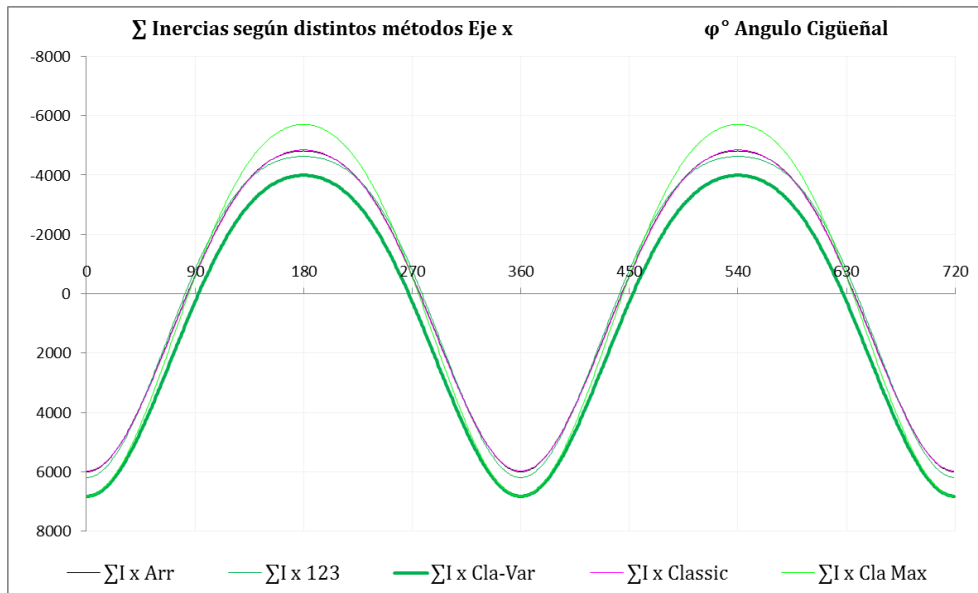


Al generalizar los resultados de **Classic Inertia** con un radio de inercia equivalente  $r_{ifEqui}$  **variable** que formará un ángulo  $\varphi_{Equi}$ , tendremos Inercia Classic Variable,  $\sum I_{x Cla-Var}$

En el punto negro del gráfico se concentra la masa equivalente del cigüeñal y la correspondiente de la biela.

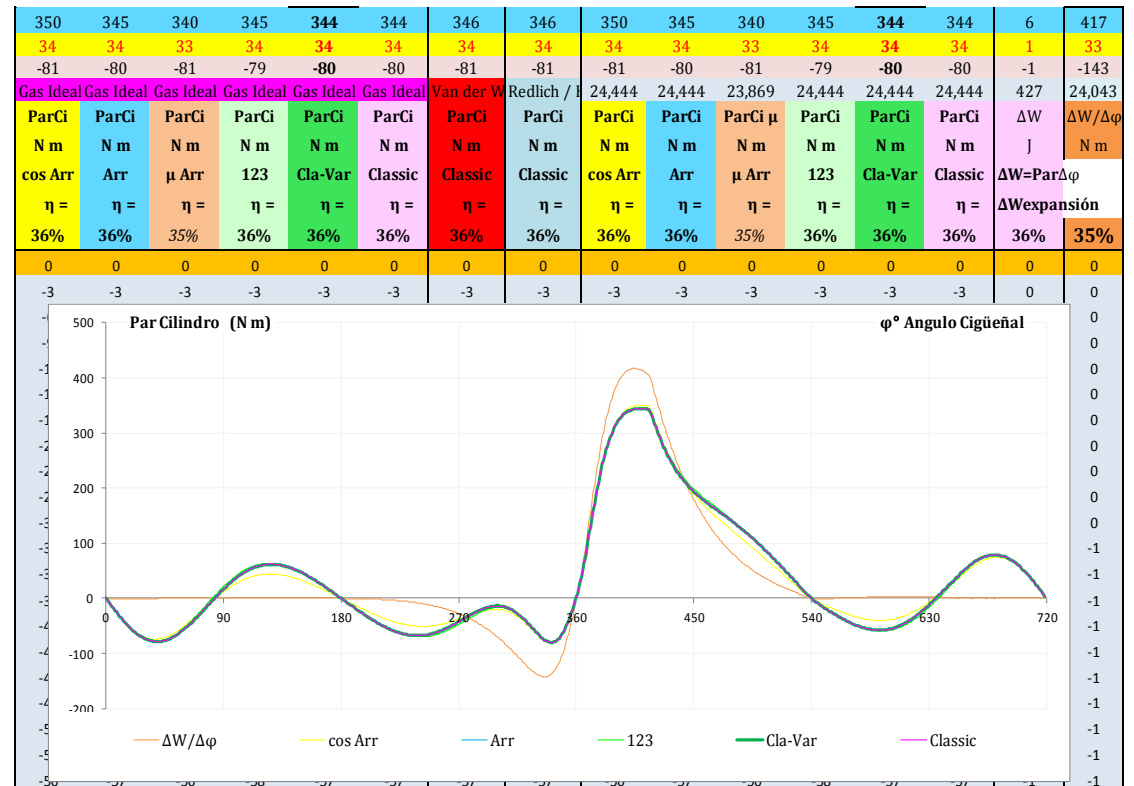
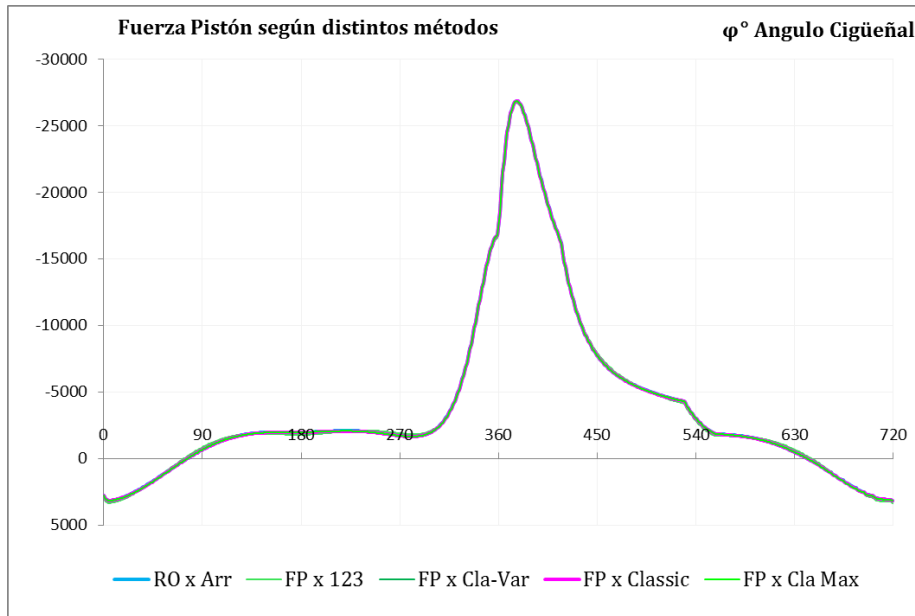
Con este planteamiento los resultados deberían ser exactos y coincidir con los obtenidos con otros métodos como  $\sum I_{x Arr}$ , permitiéndonos contrastar ambas teorías y/o la precisión de los cálculos, incluso cuando  $l_P \neq l_A$ .

Las simulaciones para  $l_P \neq l_A$   $r_{ic} = 0$  y  $r_{ic} = -0.006$  son:



La solución basada en la aceleración de arrastre de la mecánica,  $\sum I_{x Arr} \approx$  coincide con el método de repartir la masa de la biela (2/3 al pistón y 1/3 al cigüeñal),  $\sum I_{x 123}$  y con  $\sum I_{x Classic}$  pero no con  $\sum I_{x Cla-Var}$  ni con  $\sum I_{x Cla-Max}$  (estas 2 no son válidas).

Para  $l_P = l_A$  ( $I_G = m_3 l_A l_B = m_3 l_P l_B$ )  $Fr = 80\%$  y  $n = 3000$  rpm las gráficas de  $F_{Px}$  y  $Par$  son:



Todas las soluciones arrojan un rendimiento, basado en el par, de  $W_p = \sum F_{M\phi n} R_{ma} \Delta\phi \approx (35 - 36) \%$

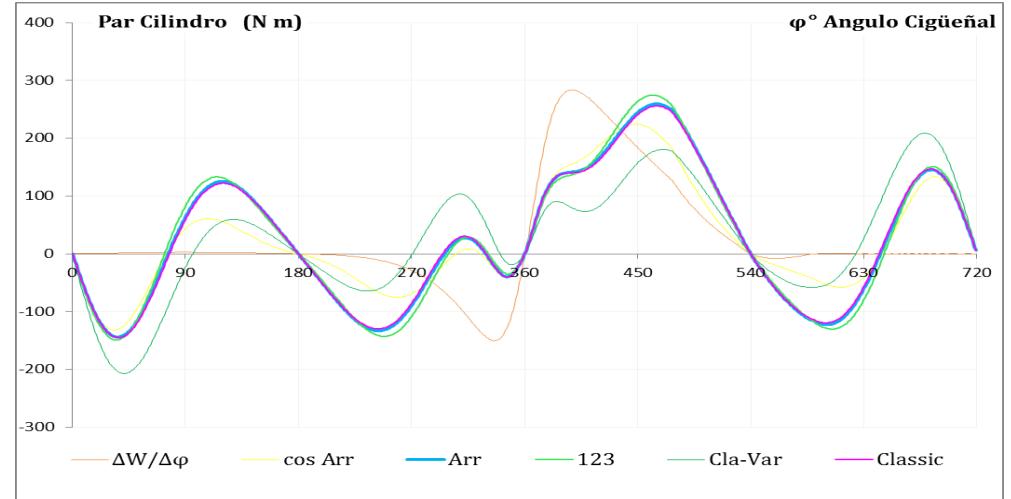
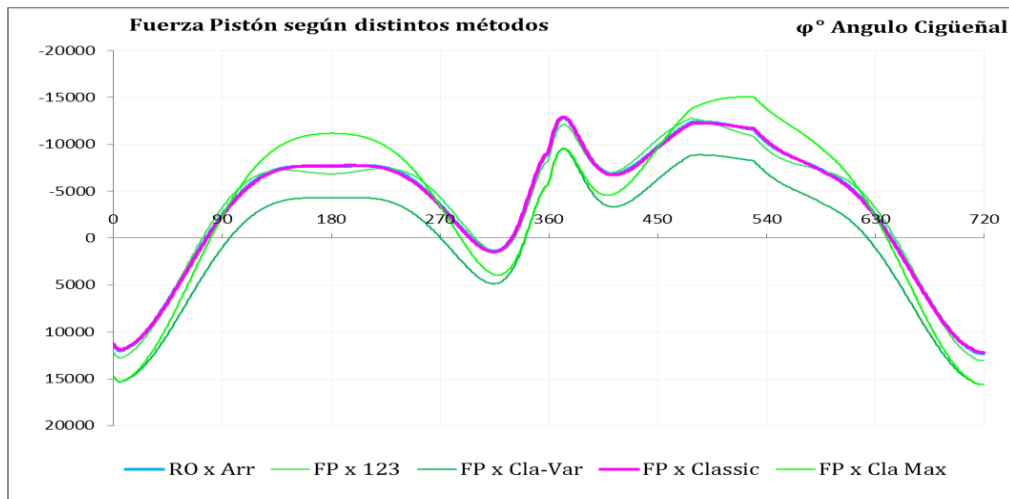
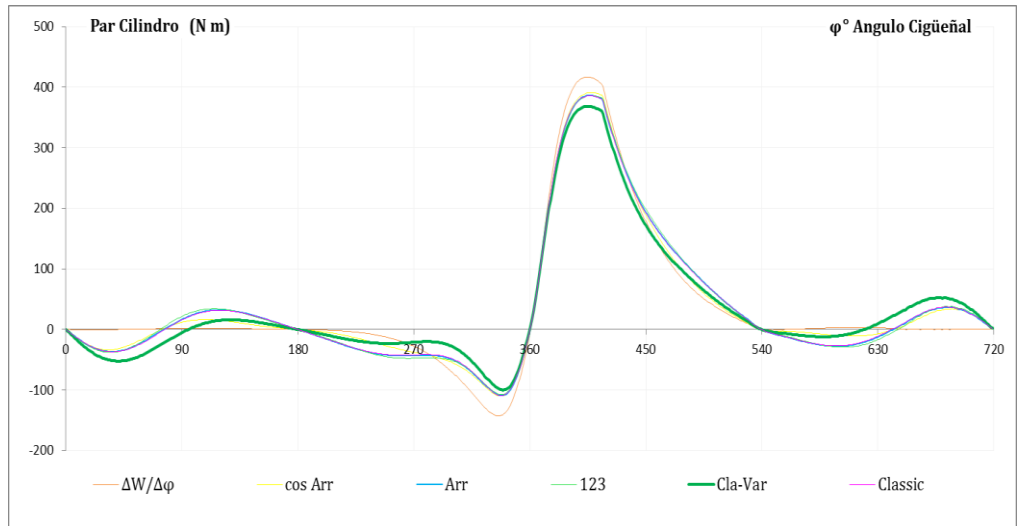
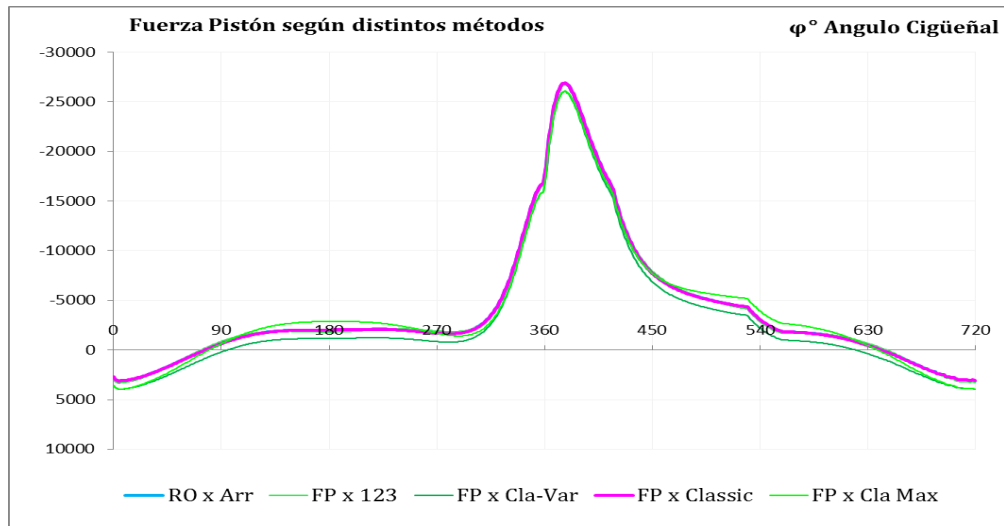
que coincide con el rendimiento del ciclo termodinámico (indicado)  $W_i = \sum P \Delta V \approx 35 \%$

El par instantáneo es parecido ya que lo son las fuerzas de inercia. Todas dan el mismo resultado ya que se basan en la misma hipótesis dinámica  $F_{Px} = F_{GAS} + \sum I_x$  (Suma Vectorial)  $tg \beta = R_{Py} / F_{Px}$  etc.

**A) El método ConRod Inertia ( $\sum I_x$ )** es la más general ya que no tiene la limitación de que  $l_P = l_A$  ( $l_A$  es  $l = MB$ ).

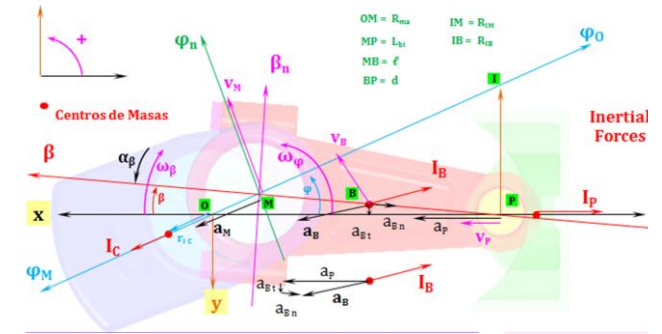
En el caso general  $\ell_P \neq \ell_A$  con  $r_i \neq \text{cte} \neq 0$  para  $e = \ell_P - \ell_A = 0.008 \text{ m} = 8 \text{ mm}$  las gráficas de  $F_{Px}$  y  $\text{Par}$  son:

Para  $Fr = 80\%$   $n = 3000 \text{ rpm}$  son  $\approx$  iguales  $\sum I_{x \text{ Arr}} \approx \sum I_{x 123} \approx \sum I_{x \text{ Classic}}$  y parecidas  $\neq \sum I_{x \text{ Cla-Var}} \neq \sum I_{x \text{ Cla-Max}}$



Para  $Fr = 80\%$   $n = 6000 \text{ rpm}$  también son prácticamente iguales:  $\sum I_{x \text{ Arr}} \approx \sum I_{x 123} \approx \sum I_{x \text{ Classic}}$

A) Por tanto, elegiremos el método basado en la aceleración de la biela suma de las aceleraciones relativa y de arrastre  $\sum I_{x\text{Arr}}$  ya que cuando  $l_P \neq l_A$  son más precisas.



B) Ahora tenemos que elegir una hipótesis, basándonos en el método elegido  $\sum I_{x\text{Arr}}$   
 ➤ **La Hipótesis Tradicional Classic es**

$$F_{P_x} = F_{GAS} + \sum I_x \quad (\text{Suma Vectorial})$$

$$\text{tg } \beta = R_{P_y} / F_{P_x}$$

$$R_{P_y} = F_{P_x} \text{tg } \beta$$

$$F_{P_\beta} = F_{P_x} / \cos \beta$$

$$F_{P_{\beta n}} = 0$$

$$F_{M_\beta} = F_{P_\beta}$$

$$F_{M_{\beta n}} = F_{P_{\beta n}}$$

$$F_{M_\varphi} = F_{M_\beta} \cos(\varphi + \beta)$$

$$F_{M_{\varphi n}} = F_{M_\beta} \text{sen}(\varphi + \beta)$$

$$R_{O_\varphi} = F_{M_\varphi}$$

$$R_{O_{\varphi n}} = F_{M_{\varphi n}}$$

$$R_{O_x} = R_{O_\varphi} \cos \varphi$$

$$R_{O_y} = R_{O_\varphi} \text{sen } \varphi$$

$$\text{ParCi} = F_{M_{\varphi n}} R_{ma}$$

➤ **Otra hipótesis, que denominaremos Arr - jaf es:** (basándonos en el método  $\sum I_{x\text{Arr}}$ )

$$F_{P_x} = F_{GAS} + I_{P_x}$$

$$\text{tg } \beta = R_{P_y} / F_{P_x}$$

$$F_{M_x} = F_{GAS} + I_{P_x} + I_{B_x}$$

$$R_{O_x} = F_{GAS} + I_{P_x} + I_{B_x} + I_{C_x} \quad (\text{Sumas Vectoriales: los signos } + \text{ } - \text{ dependen de los ejes elegidos})$$

$$R_{P_y\text{Arr}} = F_{P_x\text{Arr}} \tan \beta$$

$$F_{P_\beta\text{Arr}} = F_{P_x\text{Arr}} / \cos \beta$$

$$F_{P_{\beta n}\text{Arr}} = 0$$

$$F_{M_{\beta\text{Arr}}} = F_{P_{\beta\text{Arr}}} + I_{B_x} \cos \beta + I_{B_y} \text{sen } \beta$$

$$F_{M_{\beta n}\text{Arr}} = I_{B_x} \text{sen } \beta + I_{B_y} \cos \beta$$

$$F_{M_{\varphi\text{Arr}}} = F_{M_{\beta\text{Arr}}} \cos(\varphi + \beta) + F_{M_{\beta n}\text{Arr}} \text{sen}(\varphi + \beta)$$

$$F_{M_{\varphi n}\text{Arr}} = F_{M_{\beta\text{Arr}}} \text{sen}(\varphi + \beta) + F_{M_{\beta n}\text{Arr}} \cos(\varphi + \beta)$$

$$R_{O_{\varphi\text{Arr}}} = F_{M_{\varphi\text{Arr}}} + I_{C_\varphi}$$

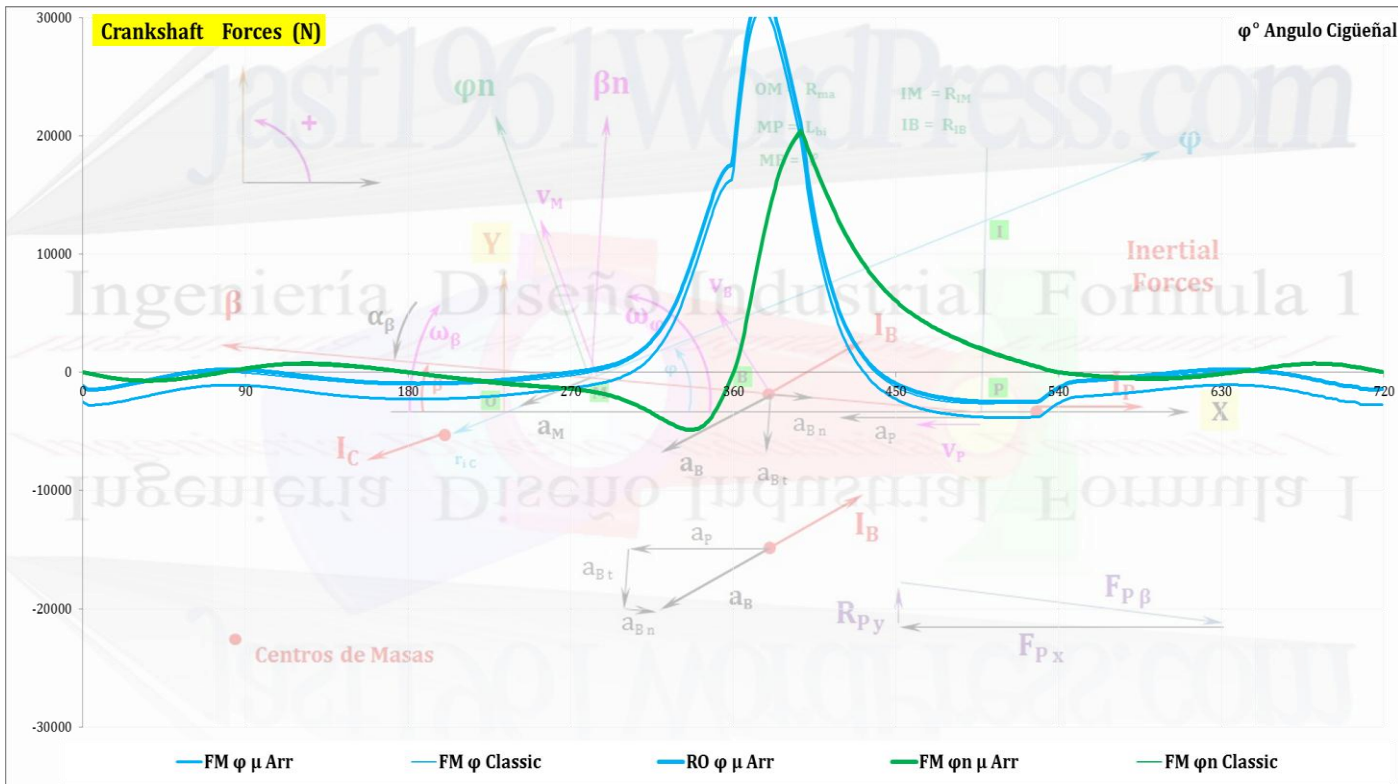
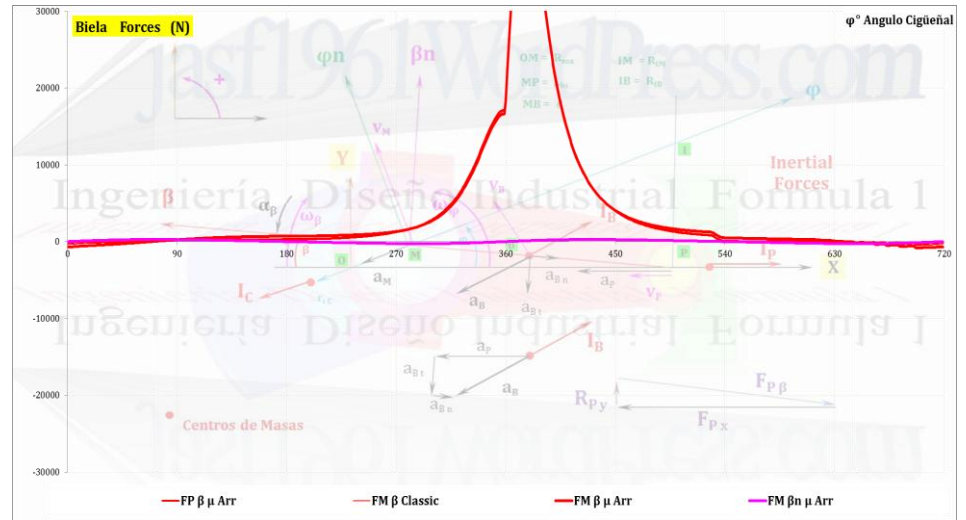
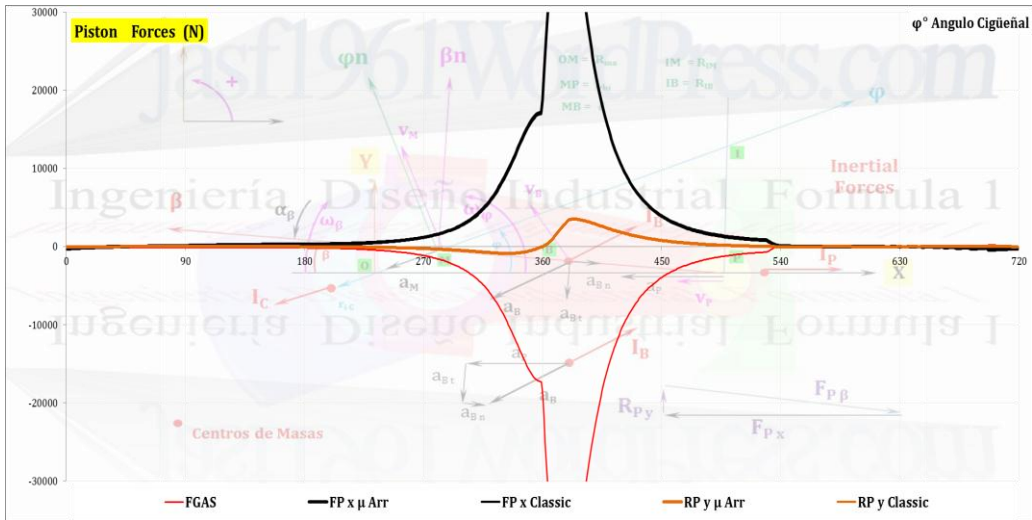
$$R_{O_{\varphi n}\text{Arr}} = F_{M_{\varphi n}\text{Arr}}$$

$$R_{O_{x\text{Arr}}} = R_{O_{\varphi\text{Arr}}} \cos \varphi + R_{O_{\varphi n}\text{Arr}} \text{sen } \varphi$$

$$R_{O_{y\text{Arr}}} = R_{O_{\varphi\text{Arr}}} \text{sen } \varphi + R_{O_{\varphi n}\text{Arr}} \cos \varphi$$

$$\text{ParCi} = F_{M_{\varphi n\text{Arr}}} R_{ma}$$





Gráficas para  $l_P = l_A$

$$(I_G = m_3 l_A l_B = m_3 l_P l_B)$$

$$r_{ic} = 0 \quad e = 0$$

$$Fr = 80\% \quad y \quad n = 2000 \text{ rpm}$$

Las Hipótesis

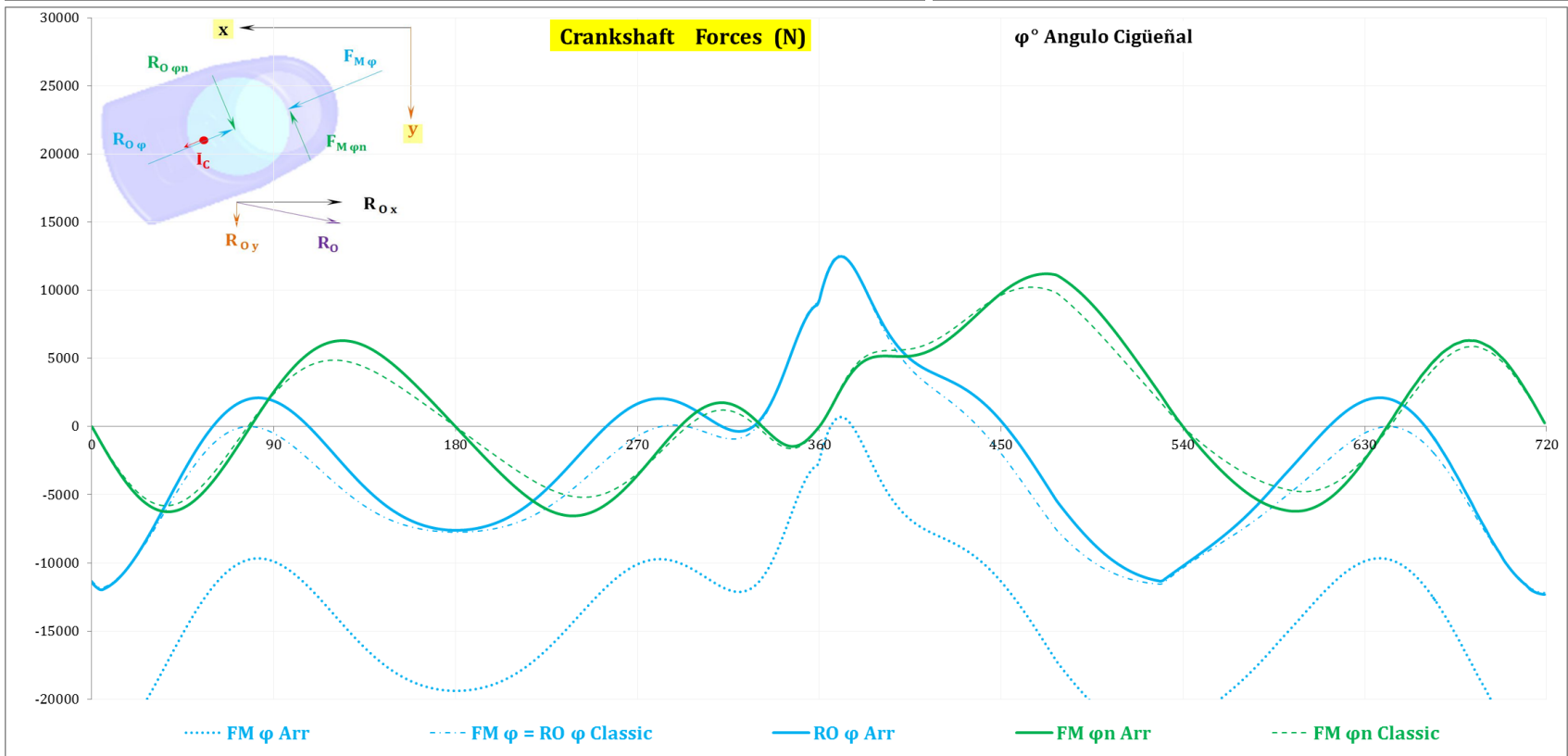
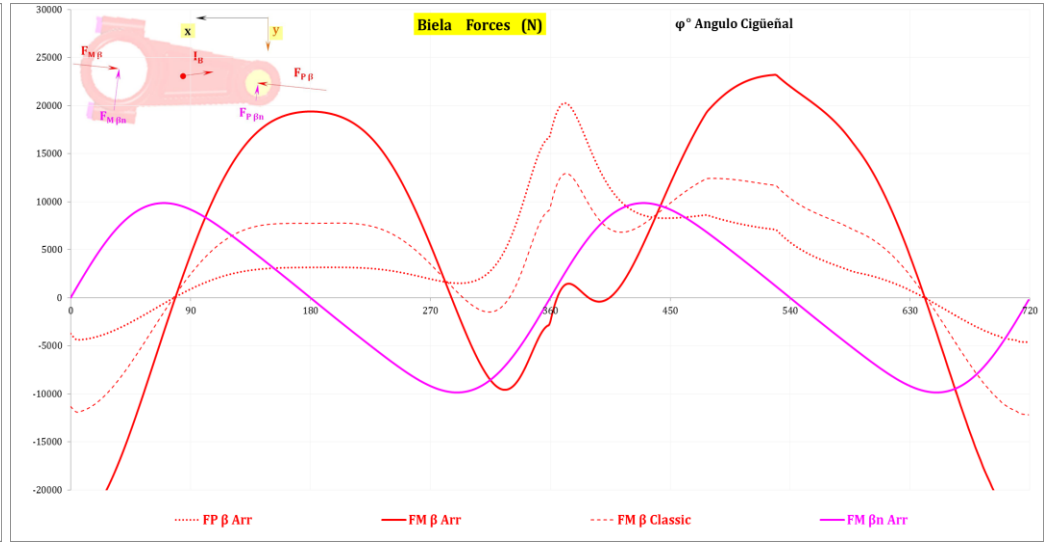
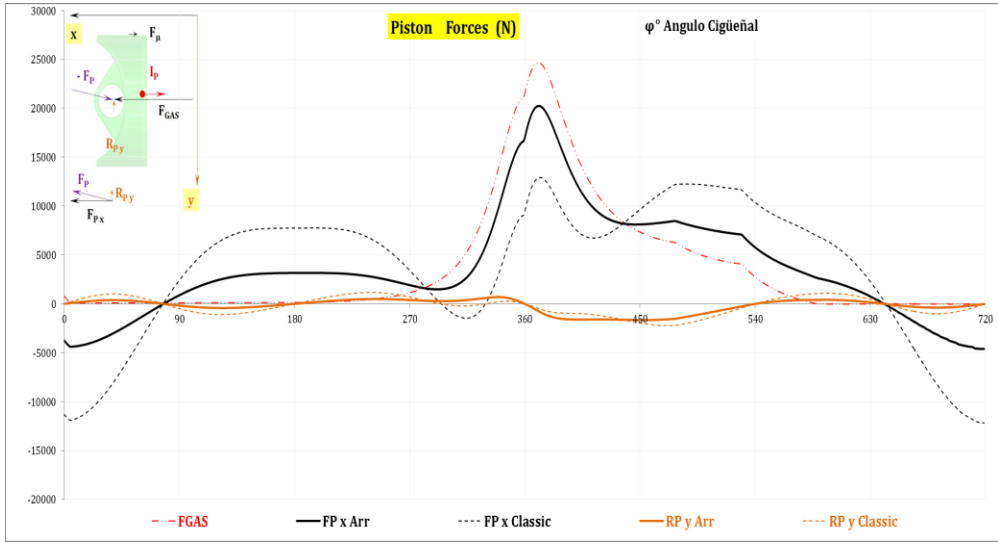
**Tradicional Classic Arr - jasf**  
no son muy distintas, según qué valores comparemos.

A  $n = 6000 \text{ rpm}$  con

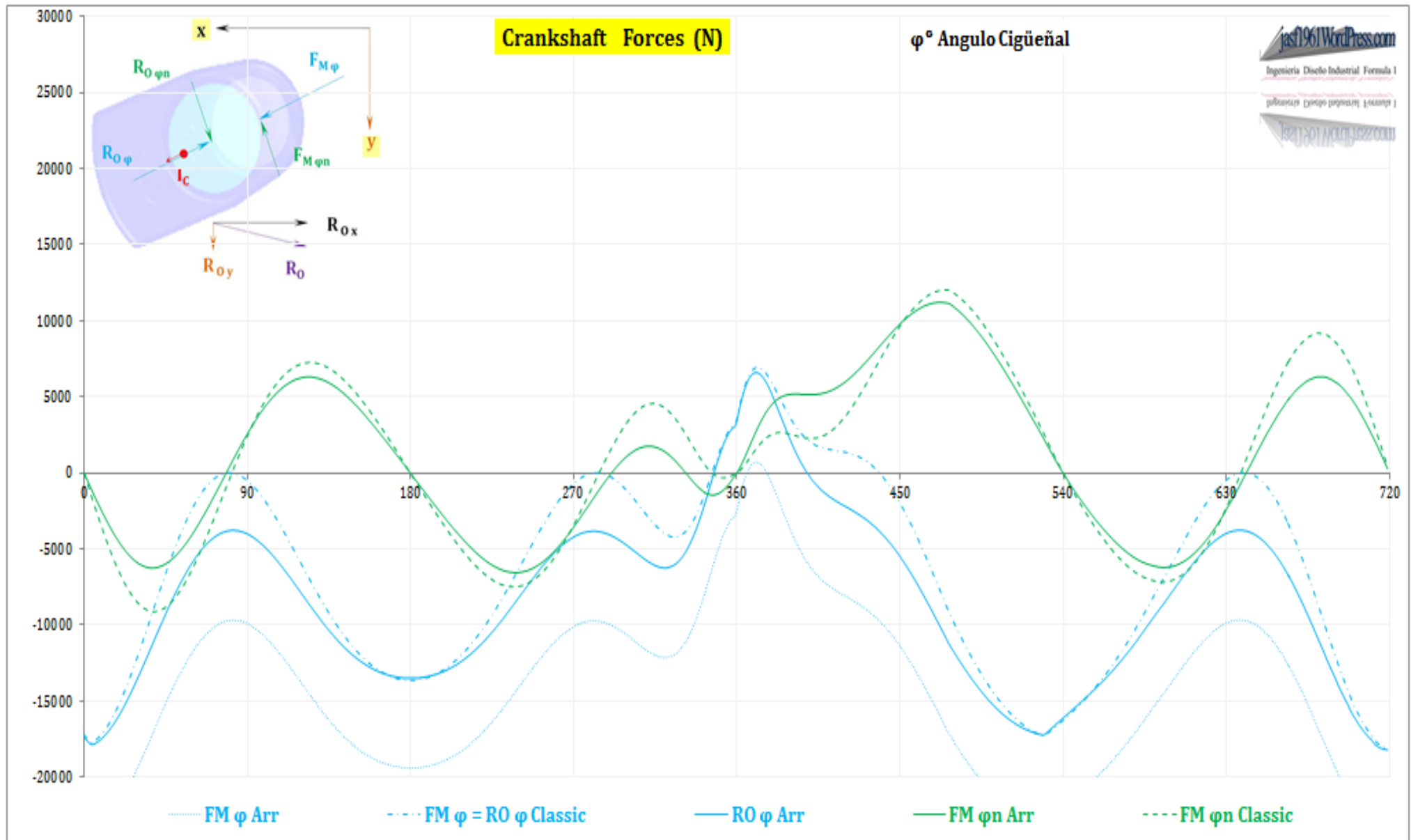
$$r_{ic} = -0.006 \text{ m} \quad l_P \neq l_A$$

$$e = l_P - l_A = 0.008 \text{ m}$$

el tema cambia bastante:

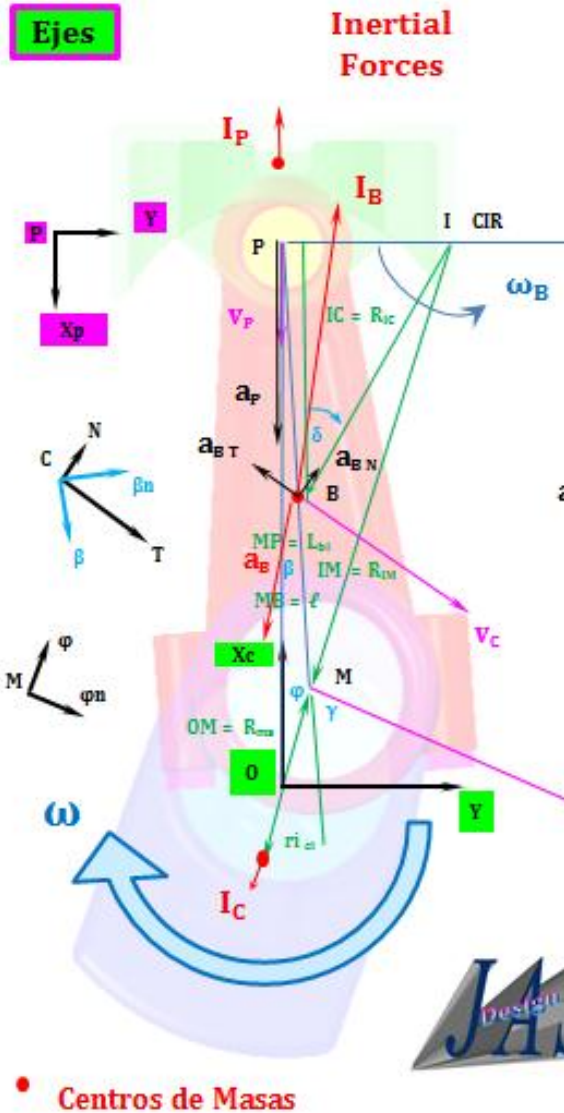


Cambiando el radio de inercia del cigüeñal a  $r_{ic} = -0.003 \text{ m}$  tenemos:

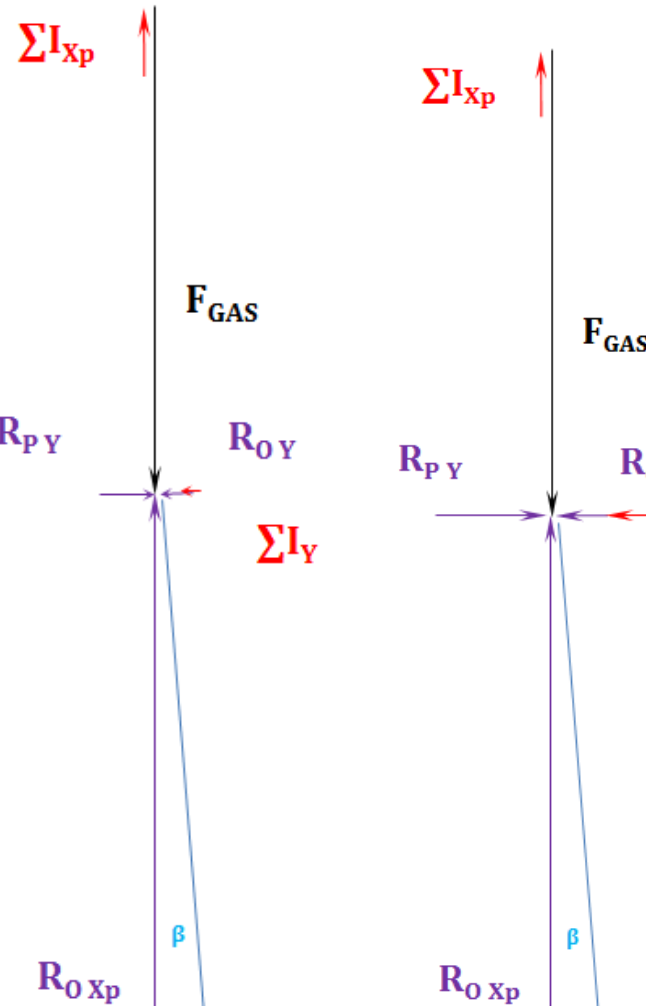


Si calculamos la inercia de la biela,  $I_B$  y sus componentes ( $I_{Bx_p}$ ,  $I_{By}$ ) tendremos

$$\sum F_x + \sum I_x = 0 \quad \sum F_y + \sum I_y = 0 \quad R_{Ox} + F_{GAS} + I_{Px} + I_{Bx} + I_{Cx} = 0 \quad R_{Py} + R_{Oy} + I_{By} + I_{Cy} = 0 \quad \text{(Sumas Vectoriales)}$$



Hipótesis P/O Si  $\text{tg } \beta = R_{Py} / R_{Ox}$   $R_{Py} = R_{Oy} + I_{By} + I_{Cy}$   $\downarrow R_{Py} > R_{Oy} \downarrow$



Hipótesis O/O Si  $\text{tg } \beta = R_{Oy} / R_{Ox}$   
 $R_{Py} = R_{Oy} + I_{By} + I_{Cy}$   $\uparrow R_{Py} > R_{Oy} \uparrow$

El rendimiento indicado del ciclo

$$\eta_i = W_i / Q_{iny} \approx \sum P dV / Q_{iny}$$

al compararlo con el rendimiento del par

$$\eta_p = W_p / Q_{iny} \approx \sum F_t R_{ma} \Delta\phi / Q_{iny}$$

nos indica lo acertada que es la **Hipótesis termodinámica** hablando.

**Pero no asegura que sea correcta dinámicamente.**

Tanto en la hipótesis **tradicional** como en la hipótesis **jasf** hemos supuesto

$$\text{tg } \beta = R_{Py} / F_{Px}$$

$$R_{Py} = F_{Px} \text{tg } \beta$$

En la hipótesis tradicional  $F_{Px} = F_{GAS} + \sum I_x$  y en la hipótesis jasn  $F_{Px} = F_{GAS} + I_{Px}$

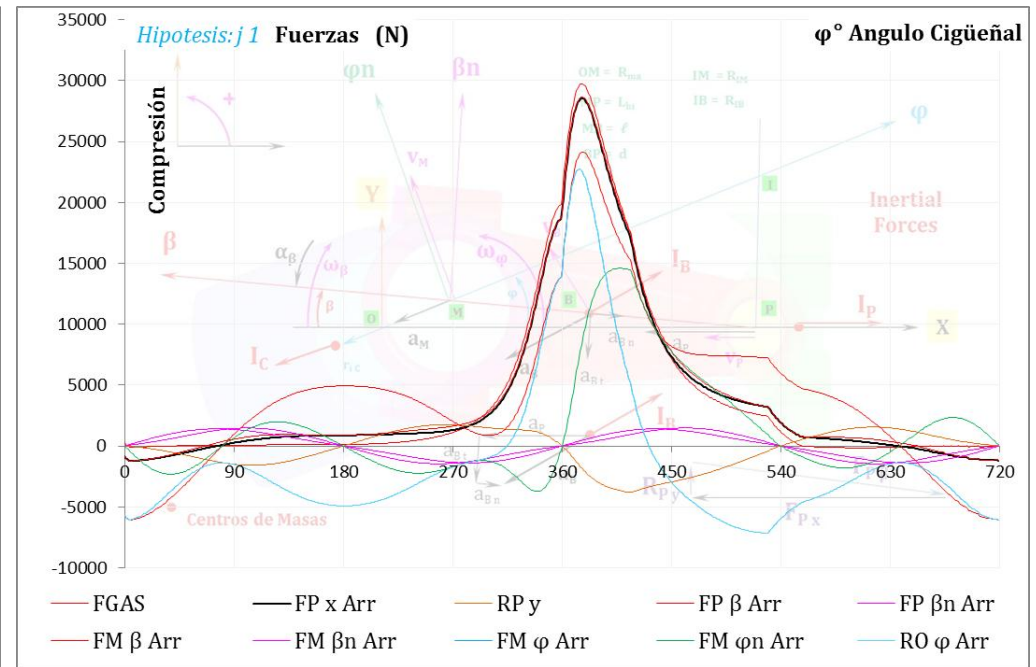
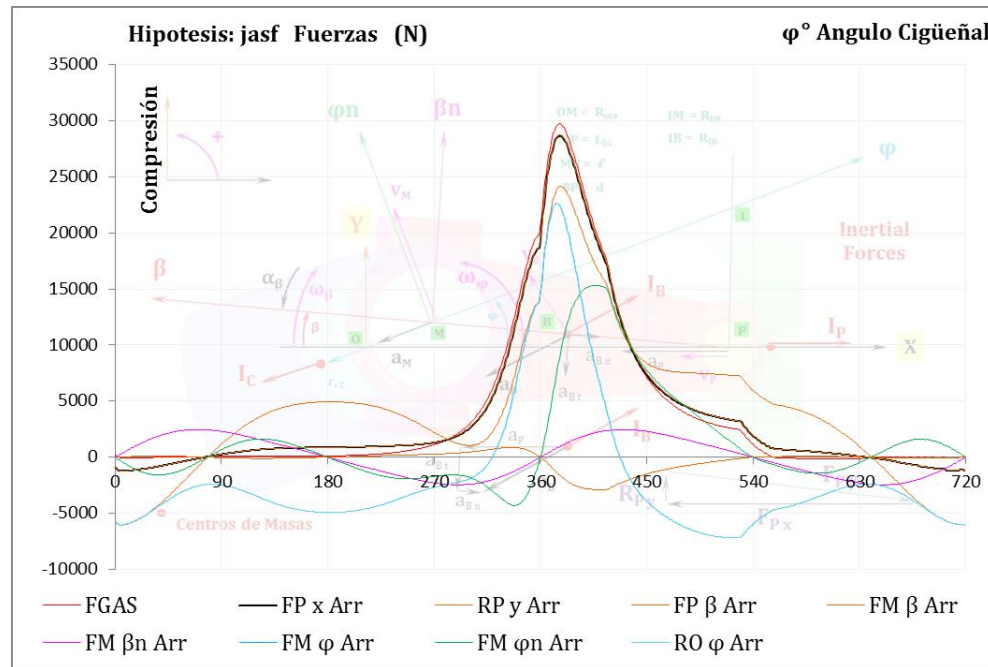
En ambas se cumple que  $\sum F_x + \sum I_x = 0$   $\sum F_y + \sum I_y = 0$

pero ¿se cumple  $\sum M_z - \sum I_{zz} \alpha_z = 0$  ?

Otra hipótesis, **j1** que cumpla las 3 ecuaciones, tomando momentos en *M* y *P*  $F_{Px} = (F_{GAS} + I_{Px})$   $\xi = \ell/L_{bi}$   $(1-\xi) = d/L_{bi}$

$$u = R_{Py} = - [F_P + \xi I_{Bx}] \text{tg } \beta - \xi I_{By} - I_{Bzz} \alpha_\beta / (L_{bi} \cos \beta)$$

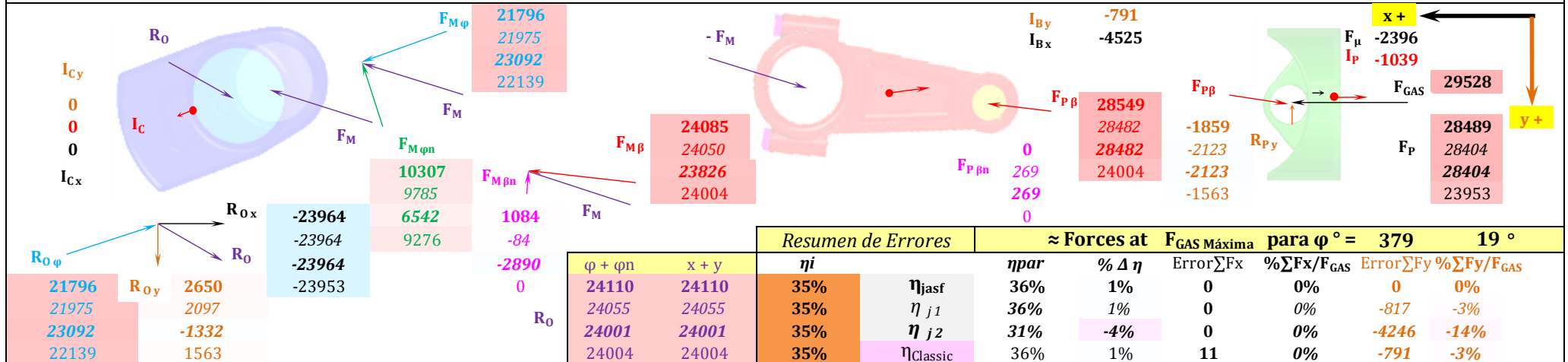
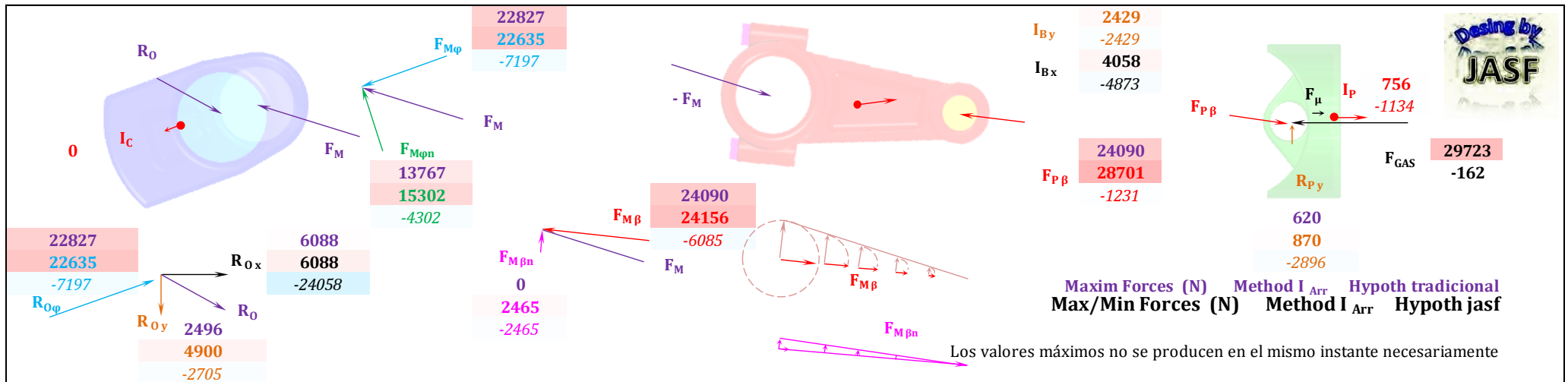
$$u' = - [F_M + (1-\xi) I_{Bx}] \text{tg } \beta - (1-\xi) I_{By} + I_{Bzz} \alpha_\beta / (L_{bi} \cos \beta)$$



Los resultados básicamente coinciden, pero tampoco se cumple  $\sum F_x + \sum I_x = 0$  ni  $\sum F_y + \sum I_y = 0$

a pesar de que hemos partido de estas ecuaciones, como se aprecia en el siguiente gráfico.

Comparando varias hipótesis (jasf, j1, j2, classic) en el punto donde  $F_{GAS}$  es máxima resulta:



**Conclusión:**

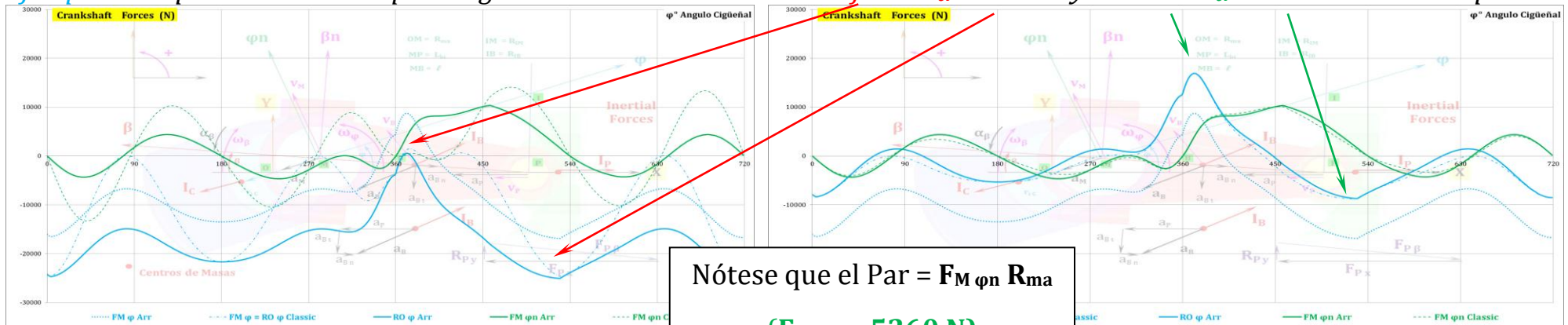
Los resultados son parecidos y las mayores discrepancias y errores (en %) están en las componentes  $R_{Py}$   $R_{Oy}$

No parece posible (tras varias hipótesis) lograr errores  $\leq 1\%$  en  $\eta$   $\sum F_x$   $\sum F_y$

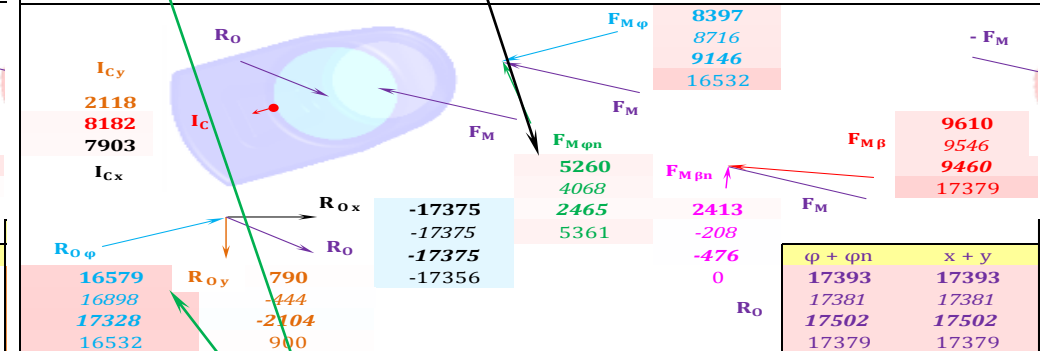
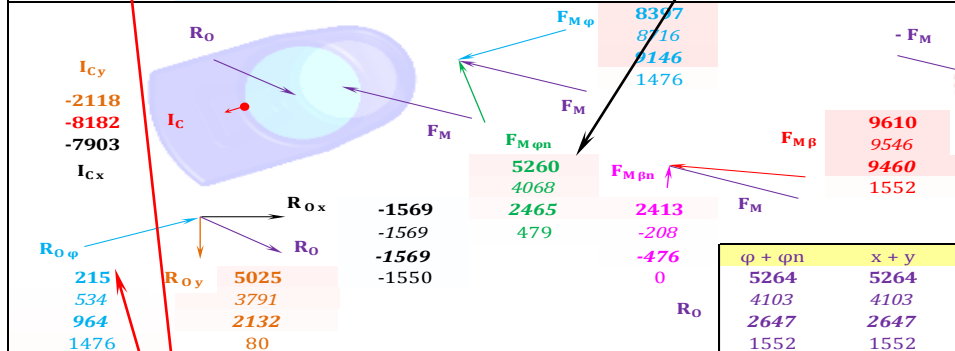
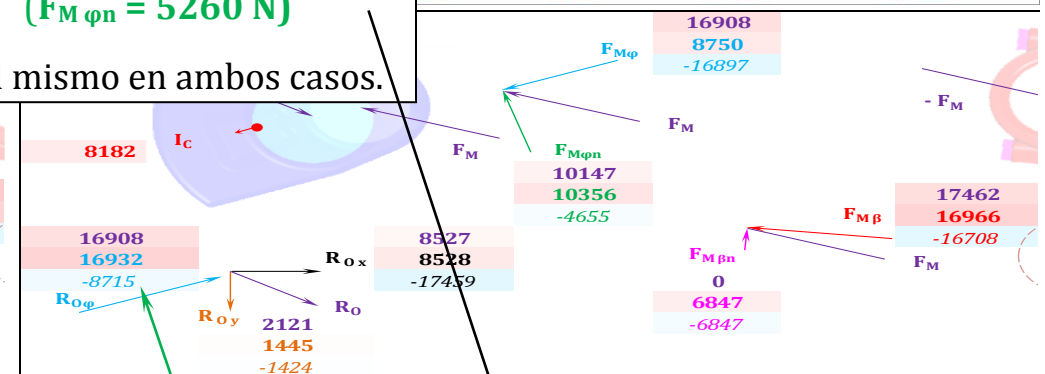
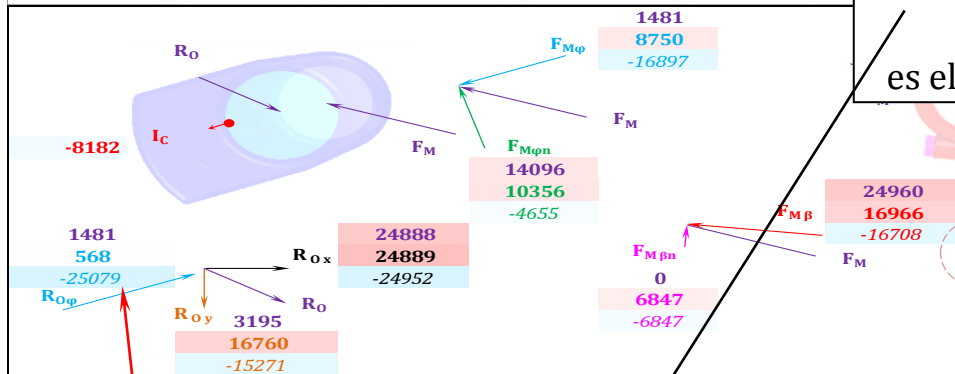
simultáneamente y con distintos dosados y revoluciones (ver imagen Resultados Fuerzas.GIF).

La hipótesis jasf basada en  $tg \beta = R_{Py} / F_{Px}$  (by Degrees Of Freedom, DOF), es la más aproximada.

Introduciendo **datos del CAD** (masas, inercias, centros de gravedad, etc.) evaluamos los efectos dinámicos antes de rediseñar:  
**Ejemplo:** comparamos a 5000 rpm 2 cigüeñales descentradas con **defecto**  $r_{ci} = 0.006$  y **exceso**  $r_{ci} = -0.006$  de contrapeso:



Nótese que el Par =  $F_M \varphi_n R_{ma}$   
**( $F_M \varphi_n = 5260 \text{ N}$ )**  
 es el mismo en ambos casos.

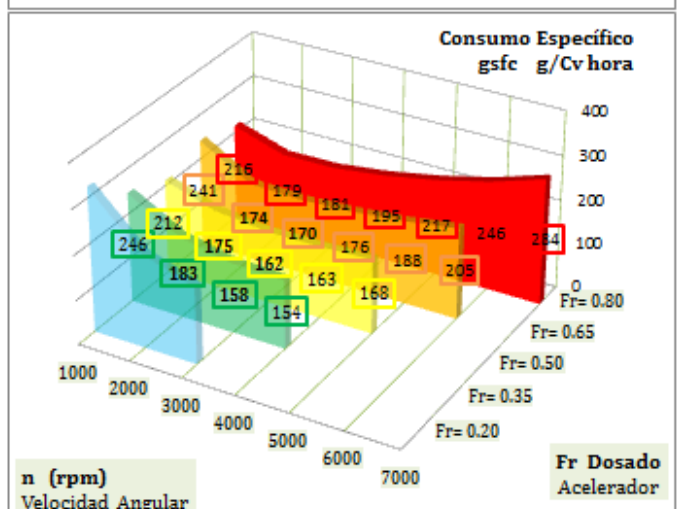
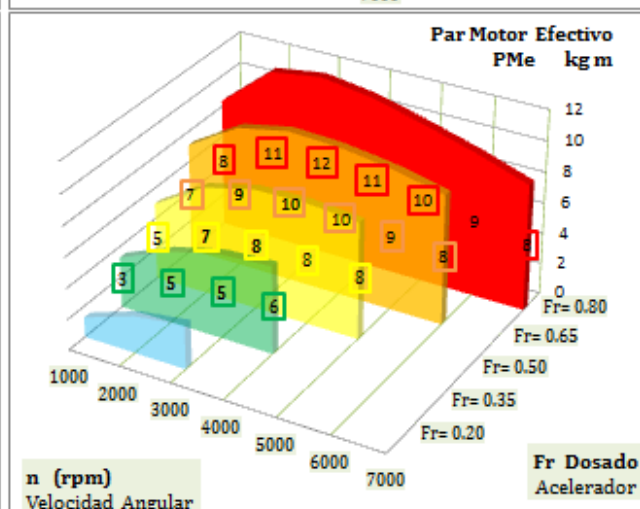
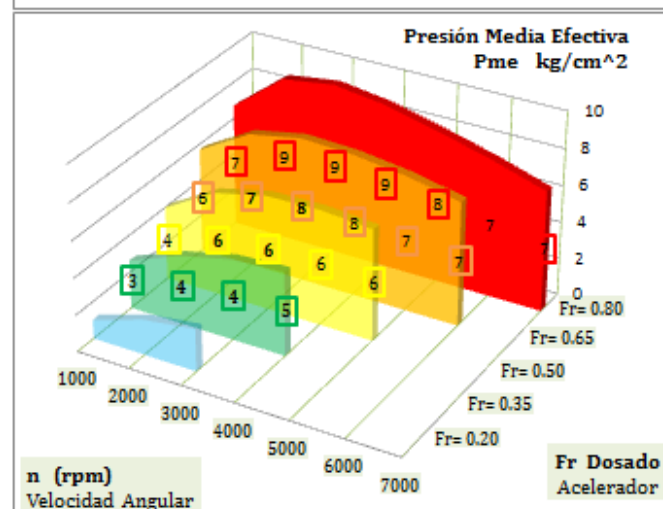
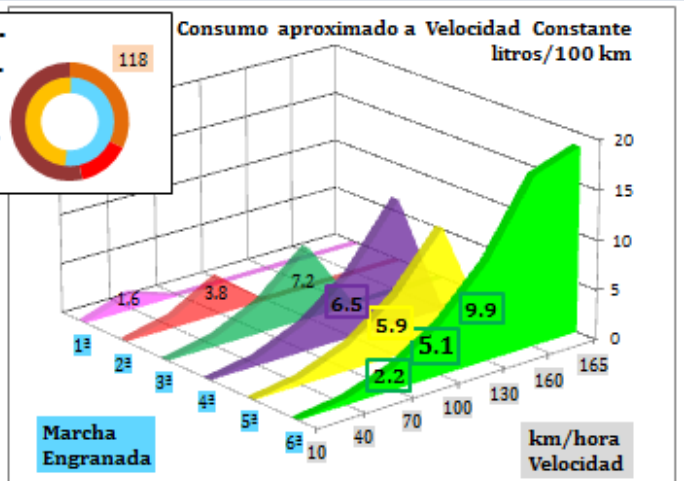
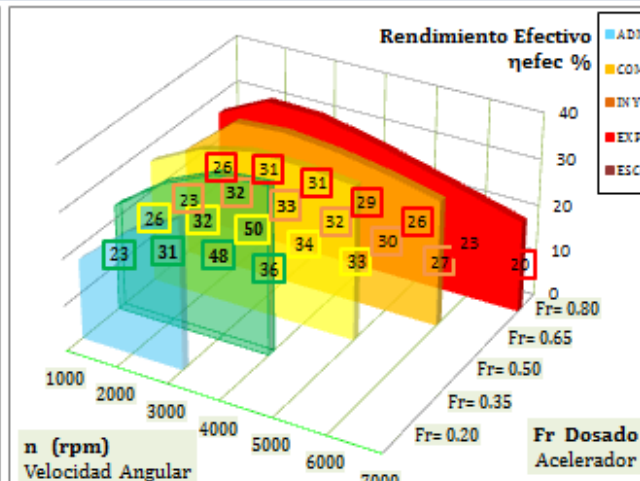
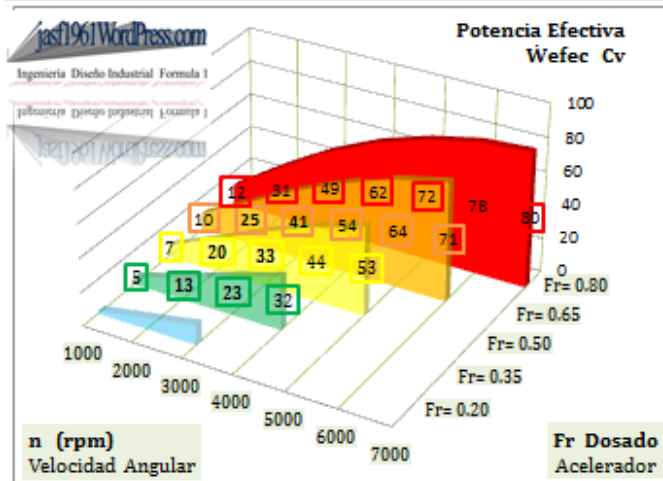


**defecto:** aumenta la fuerza máxima de tracción  $R_{O\phi} = -25079 \text{ N}$   
 disminuye la fuerza máxima de compresión  $R_{O\phi} = 215 \text{ N}$

**exceso**  $R_{O\phi} = -8715 \text{ N}$   
 $R_{O\phi} = 16579 \text{ N}$  (mejor compresión que tracción)

# Resultados

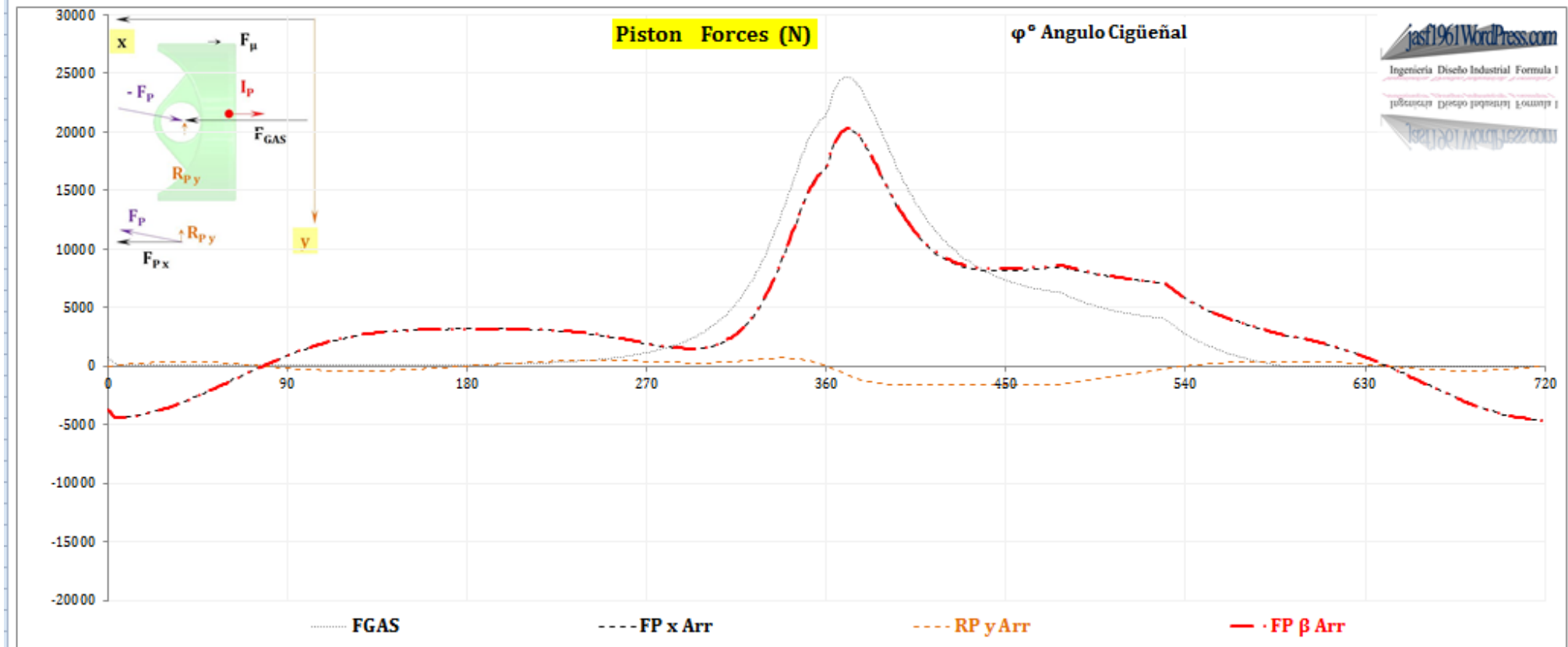
Datos	Combustible	Gasolina	C8 H18	Pcg (J/kg)	47 E+6	Resultados	Iterando (pulsa Calcula)	Err. Ter.	0%	Consumo kg/h	19	26	ℓ/hora		
Nº de Cilindros	4	Turbo	Compresor	Iteración	60	Wtur/Wind	14%	Pa / Po	1.23	Qref	-28%	Wefec Cv	78	Twall (°K)	
Cilindrada (c.c.)	1570	Rtg	33%	Contador	60	Wcom/Wind	0%	pa / po	1.21	Qesc	-46%			media	622
Relac. Comp. Rc	10	Ψitc	50%	Acelerador		η vol	90%	Ta / To	1.02	η term	25%	Pme kg/cm <sup>2</sup>	7	máxima	1,159
Relac. Dp/Cp	2.00	Compresor Volumétrico		Dosado Fr	80%	Dp (mm)	100	Piny/(Pa* Rc)	40	η ind	26%	PMe kg m	9	Tgas (°K)	
λ=Rma/Lbi	0.20	Rvc	1.00	n		Cp (mm)	50	Iny n°gi	118	η mec	89%	gsfc g/Cv hora	246	media	854
Piny (Pa)	50 E+6	Ψic	50%	r.p.m.	6000	Cm (m/s)	10	Pérdidas	11%	η efec	23%	Wesp c/Litro	50	máxima	1,927



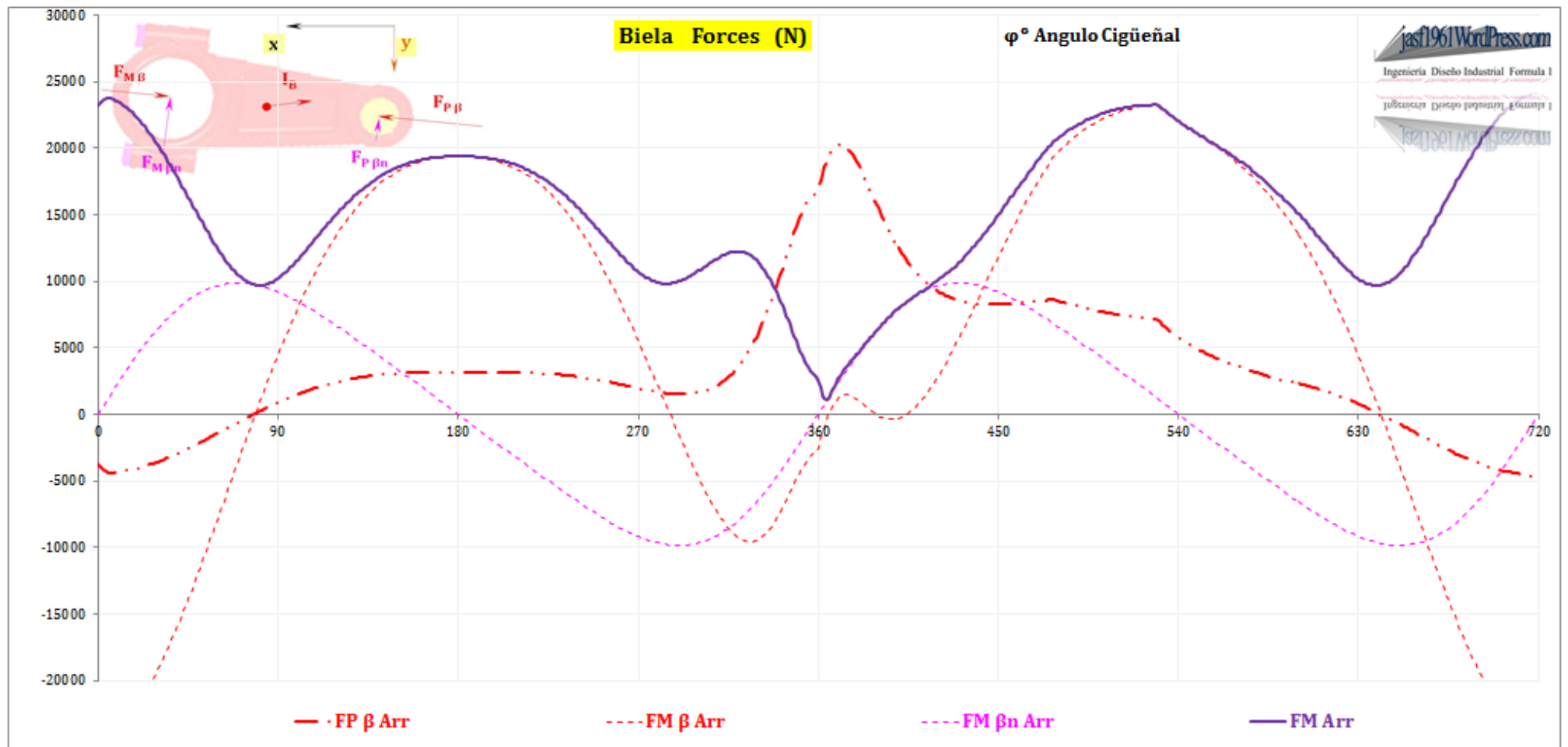


Datos	Combustible	Gasolina	C8 H18	Pcg (J/kg)	47 E+6	Resultados	Iterando (pulsar Calcula)	Err. Ter.	0%	Consumo kg/h	19	26	ℓ/hora	
Nº de Cilindros	4	Turbo	Compresor	Iteración	60	Wtur/Wind	14%	Pa / Po	1.23	Qref	-28%	Wefec Cv	78	Twall (°K)
Cilindrada (c.c.)	1570	Rtg	33%	Contador	60	Wcom/Wind	0%	pa / po	1.21	Qesc	-46%	Pme kg/cm²	7	media 622
Relac. Comp. Rc	10	Ψitc	50%	Acelerador	80%	η vol	90%	Ta / To	1.02	η term	25%	PME kg m	9	máxima 1,159
Relac. Dp/Cp	2.00	Compresor Volumétrico	Dosado Fr	n	6000	Dp (mm)	100	Piny/(Pa*Rc)	40	η ind	26%	gsfc g/g-hora	246	Tgas (°K)
λ=Rma/Lbi	0.20	Rvc	1.00	r.p.m.		Cp (mm)	50	Iny n°gi	118	η mec	89%	Wesp g/litro	50	media 854
Piny (Pa)	50 E+6	Ψic	50%			Cm (m/s)	10	Pérdidas	11%	η efec	23%			máxima 1,927

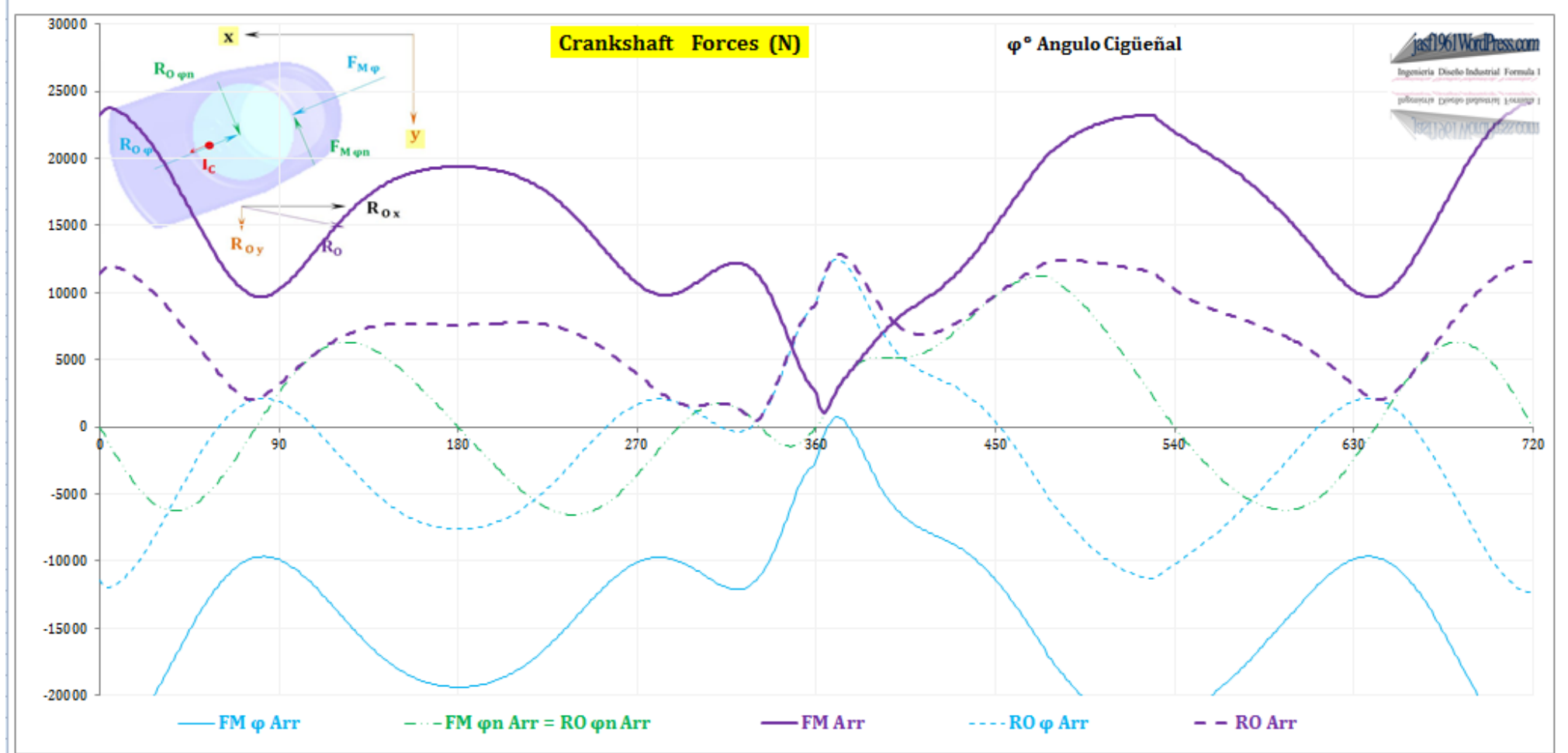
Σ de Error	Σ Δ η j2 = -1	Σ Δ η jasf = 1	Σ Δ η μArr = 0	Σ Δ ηArr = 0	Σ Δ η123 = 0	Σ Δ ηClassic = 0
% de Error	Δ η j2 = 0.03%	Δ η jasf = 1.39%	Δ η μArr = 0.47%	Δ ηArr = 0.44%	Δ η123 = 0.44%	Δ ηClassic = 0.44%
ηi = 26%	η j2 = 25%	η jasf = 26%	η μArr = 25%	ηArr = 26%	η123 = 26%	ηClassic = 26%



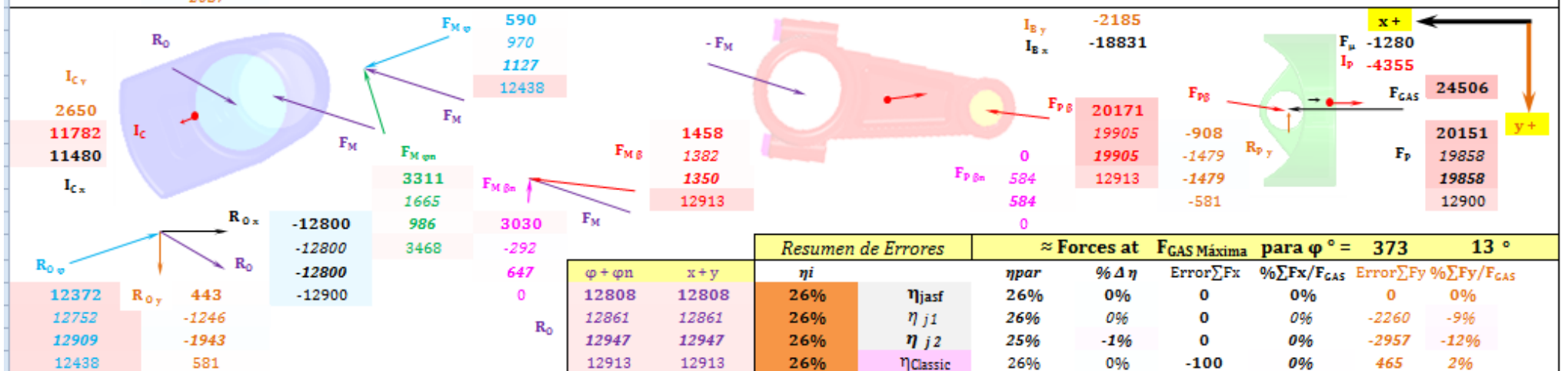
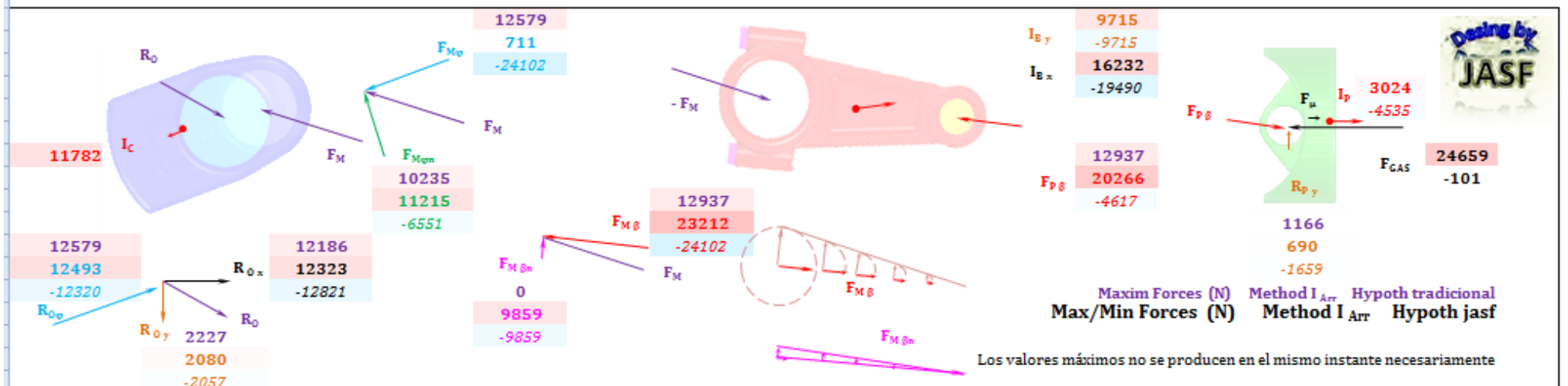
Datos	Combustible	Gasolina	C8 H18	Pcg (J/kg)	47 E+6	Resultados	Iterando (pulsar Calcular)	Err. Ter.	0%	Consumo kg/h	19	26	ℓ/hora		
Nº de Cilindros	4	Turbo	Compresor	Iteración	60	Wtur/Wind	14%	Pa / Po	1.23	Q̇ref	-28%	Wefec Cv	78	Twall (°K)	
Cilindrada (c.c.)	1570	Rtg	33%	Contador	60	Wcom/Wind	0%	pa / po	1.21	Q̇esc	-46%			media	622
Relac. Comp. Rc	10	Ψitc	50%	Acelerador	80%	η vol	90%	Ta / To	1.02	η term	25%	Pme kg/cm²	7	máxima	1,159
Relac. Dp/Cp	2.00	Compresor	Volumétrico	Dosado Fr		Dp (mm)	100	Piny/(Pa* Rc)	40	η ind	26%	PMe kg m	9	Tgas (°K)	
λ=Rma/Lbi	0.20	Rvc	1.00	n	6000	Cp (mm)	50	Iny n°gi	118	η mec	89%	gsfc g/Cv hora	246	media	854
Piny (Pa)	50 E+6	Ψic	50%	r.p.m.		Cm (m/s)	10	Pérdidas	11%	η efec	23%	Wesp Cv/litro	50	máxima	1,927



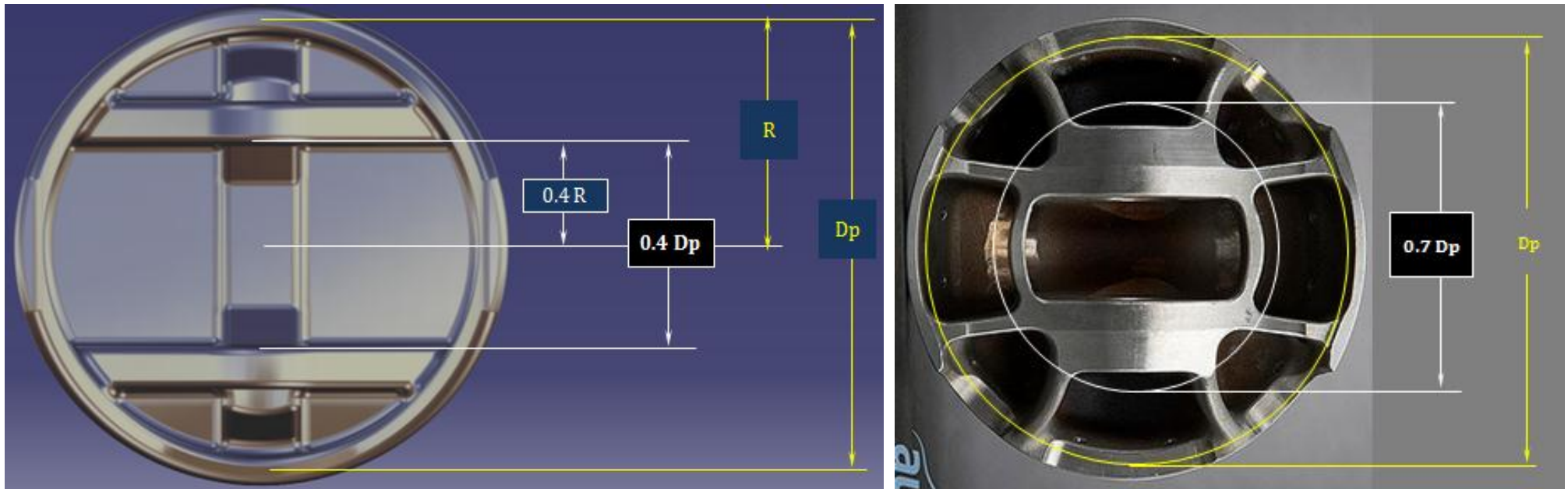
Datos	Combustible	Gasolina	C8 H18	Pcg (J/kg)	47 E+6	Resultados	Iterando (pulsar Calcula)	Err. Ter.	0%	Consumo kg/h	19	26	€/hora	
Nº de Cilindros	4	Turbo	Compresor	Iteración	60	Wtur/Wind	14%	Pa / Po	1.23	Qref	-28%	Wefec Cv	78	Twall (°K)
Cilindrada (c.c.)	1570	Rtg	33%	Contador	60	Wcom/Wind	0%	pa / po	1.21	Qesc	-46%			media 622
Relac. Comp. Rc	10	Ψitc	50%	Acelerador	80%	η vol	90%	Ta / To	1.02	η term	25%	Pme kq/cm²	7	máxima 1,159
Relac. Dp/Cp	2.00	Compresor	Volumétrico	Dosado Fr		Dp (mm)	100	Piny/(Pa*Rc)	40	η ind	26%	PMe kg m	9	Tgas (°K)
λ=Rma/Lbi	0.20	Rvc	1.00	n	6000	Cp (mm)	50	Iny nºgi	118	η mec	89%	gsfc q/cv hora	246	media 854
Piny (Pa)	50 E+6	Ψic	50%	r.p.m.		Cm (m/s)	10	Pérdidas	11%	η efec	23%	Wesp Co/litro	50	máxima 1,927



Datos	Combustible	Gasolina	C8 H18	Pcg (J/kg)	47 E+6	Resultados	Iterando (pulsa Calcular = F9) para Dosac	Consumo kg/h	19	26	ℓ/hora				
Nº de Cilindros	4	Turbo	Compresor	Iteración	60	Wtur/Wind	14%	Pa / Po	1.23	Qref	-28%	Wefec Cv	79	Twall (°K)	
Cilindrada (c.c.)	1570	Rtg	33%	Contador	60	Wcom/Wind	0%	pa / po	1.21	Qesc	-46%	Pme kg/cm²	8	media	622
Relac. Comp. Rc	10	Ψtc	50%	Acelerador	80%	η vol	90%	Ta / To	1.02	η term	28%	PME kg m	9	máxima	1,159
Relac. Dp/Cp	2.00	Compresor	Volumétrico	Dosado Fr	80%	Dp (mm)	100	Piny/(Pa* Rc)	40	η ind	26%	gsfc g/hora	233	Tgas (°K)	
λ=Rma/Lbi	0.20	Rvc	1.00	n	6000	Cp (mm)	50	Iny nºgi	118	η mec	89%	Wesp Coeficena	50	media	854
Piny (Pa)	50 E+6	Ψic	50%	r.p.m.	6000	Cm (m/s)	10	Pérdidas	11%	η efec	24%			máxima	1,927



## Diseño inicial



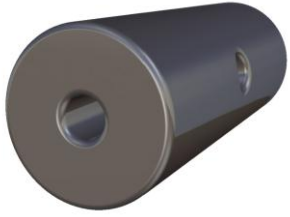
La fuerza sobre el pistón es la suma de la fuerza debida a la presión del gas  $F_{GAS} = \int P_{GAS} dA$  y la fuerza de inercia  $F_I = - \int a dm$ .

Al no estar definido el pistón, no sabemos nada de su distribución de masa y su correspondiente inercia.

Analizando  $F_{GAS} = \int P_{GAS} dA$

- Cerodimensionalmente, el centro de presiones es el centro del área del pistón.
- Unidimensionalmente, cada cojinete debe soportar la  $F_{GAS}$  de medio semicírculo. El centro de gravedad y de presiones del semicírculo está situado a  $Z_{CM} = 4/3\pi R \approx 0.4 R$  y la separación entre apoyos de cojinetes será  **$\approx 0.4 Dp$**
- Bidimensionalmente, la circunferencia intermedia de gravedad y de presiones será tal que el área exterior a ella sea igual al área interior y su diámetro  $Di$  satisfará  $\pi/4 (Dp^2 - Di^2) = \pi/4 Di^2$   **$Di = Dp/\sqrt{2}$**   **$Di \approx 0.7 Dp$**

Por tanto, los cojinetes del pistón (apoyos) deberíamos separarlos entre  $0.4 Dp$  y  $0.7 Dp$



El diámetro del bulón = diámetro interior de la cabeza de la biela  $D_{cab}$  los calculamos a cortadura ya que en la sección interface hay concentración de tensiones.

Siendo  $D_{OIL}$  el diámetro de los taladros de lubricación:

Diseño a cortadura

$$\tau_{max} = \sigma / \sqrt{3}$$

$\sigma$ , tensión admisible del metal

Tensiones cortantes en sección cilíndrica hueca

$$\tau_{max} = 2 F_P / A$$

$F_P$ , fuerza en el punto P

Area de sección cilíndrica hueca

$$A = \pi/4 (D_{cab}^2 - D_{OIL}^2)$$

Resultando un diámetro de bulón y cabeza de biela de

$$D_{cab} = 1 * (2 * 4 * \sqrt{3} / 3.14 * F_P / \sigma - D_{OIL}^2)^{0.5} \quad F_P = (F_{Px}^2 + R_{Py}^2)^{0.5}$$

Diámetro de manivela del cigüeñal y pie de la biela

$$D_{pie} = 1.7 * (2 * 4 * \sqrt{3} / 3.14 * F_M / \sigma - D_{OIL}^2)^{0.5} \quad F_M = (F_{M\beta}^2 + F_{M\beta n}^2)^{0.5}$$

Diámetro cojinete de apoyo del cigüeñal

$$D_{apo} = 2 * (2 * 4 * \sqrt{3} / 3.14 * R_o / \sigma - D_{OIL}^2)^{0.5} \quad R_o = (R_{o\phi}^2 + R_{o\phi n}^2)^{0.5}$$

Siendo  $K_t = 1 \quad 1.7 \quad 2$  los coeficientes ponderados (a ojo) de concentración de tensiones (taladros, torsión, flexión, etc.).

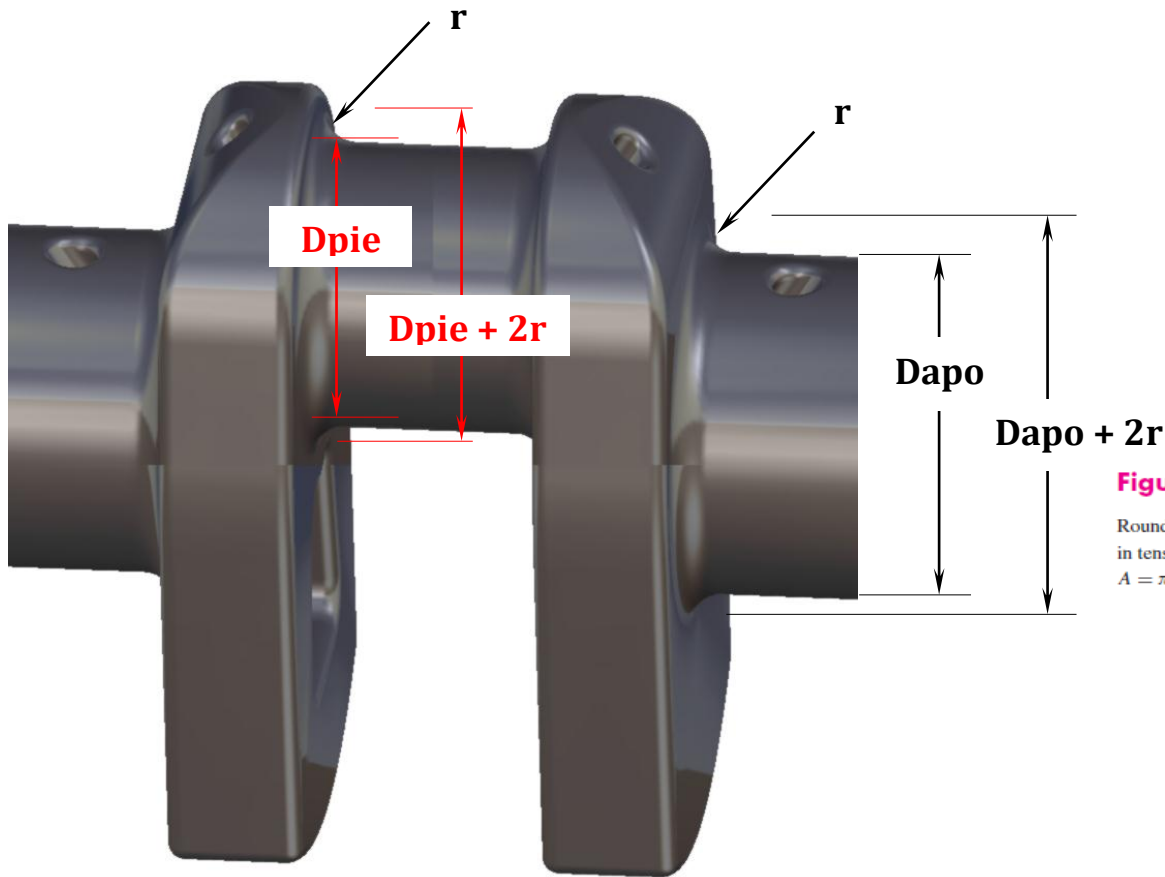
Los tres factores fundamentales de la fractura frágil son:

1) el estado triaxial de tensiones,

2) la baja temperatura (No Problem cuando el motor está caliente),

3) la elevada velocidad de deformación.

La concentración de tensiones origina 1) y contribuye a 3) de hay la gran importancia de redondear cualquier arista mediante radios adecuados, (en especial in the interfaces entre las distintas piezas: los diámetros  $D_{cab}$ ,  $D_{pie}$ ,  $D_{apo}$ , etc.).



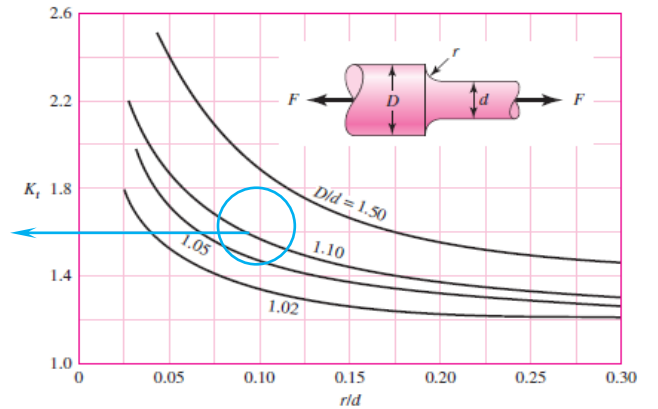
Para radios de redondeo del orden de  $r = 5 \text{ mm}$   
 Diámetros ( $D_{pie}$ ,  $D_{apo}$ ) del orden de  $d = 50 \text{ mm}$

Tendremos para tensión, torsión y flexión:  
 $D/d = 60/50 = 1.20$      $r/d = 5/50 = 0.10$

$K \approx 1.6$

**Figure A-15-7**

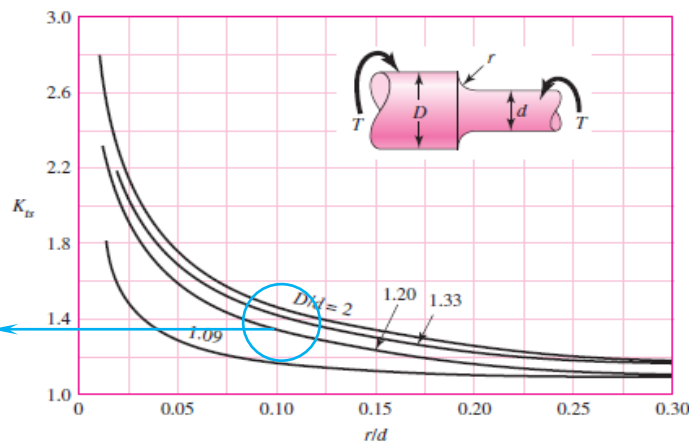
Round shaft with shoulder fillet in tension.  $\sigma_0 = F/A$ , where  $A = \pi d^2/4$ .



$K \approx 1.6$

**Figure A-15-8**

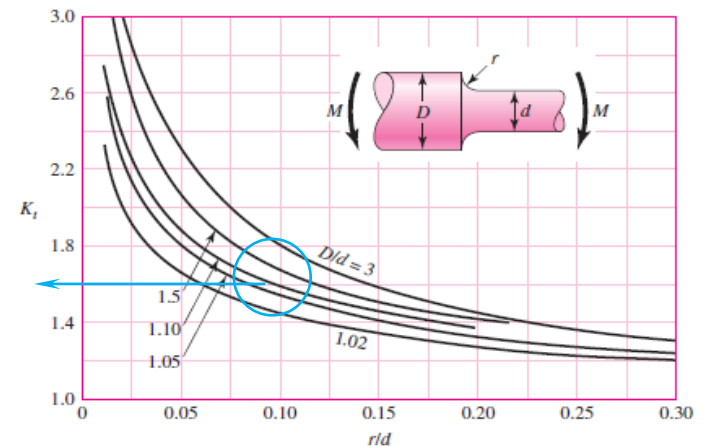
Round shaft with shoulder fillet in torsion.  $\tau_0 = Tc/J$ , where  $c = d/2$  and  $J = \pi d^4/32$ .



$K \approx 1.4$

**Figure A-15-9**

Round shaft with shoulder fillet in bending.  $\sigma_0 = Mc/I$ , where  $c = d/2$  and  $I = \pi d^4/64$ .



$K \approx 1.6$

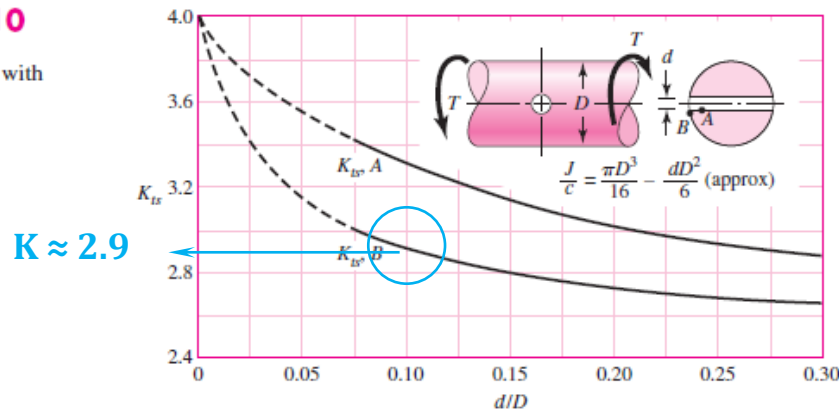
Para taladros de refrigeración del orden de

$$D_{OIL} = d = 5 \text{ mm}$$

$$d/D = 0.10$$

**Figure A-15-10**

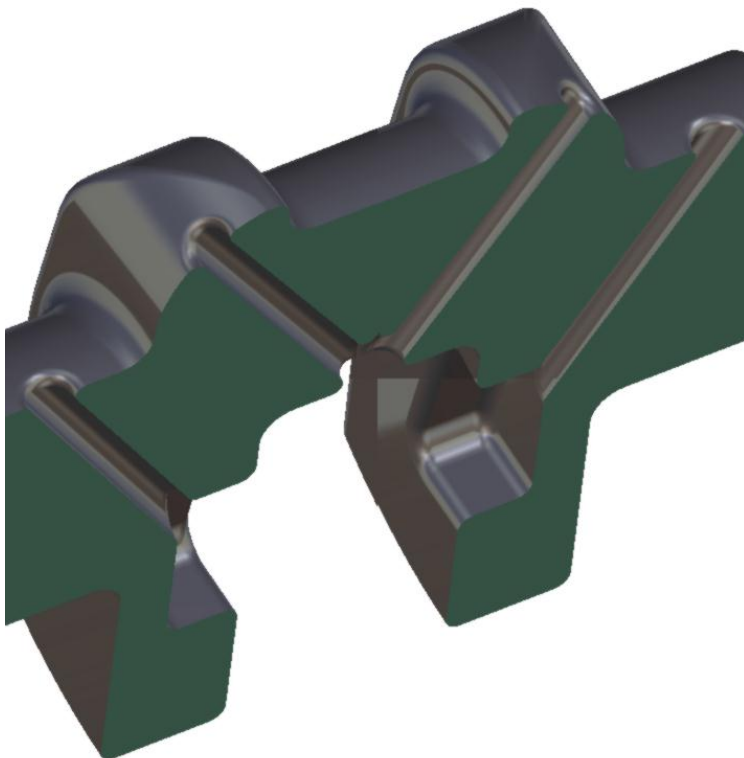
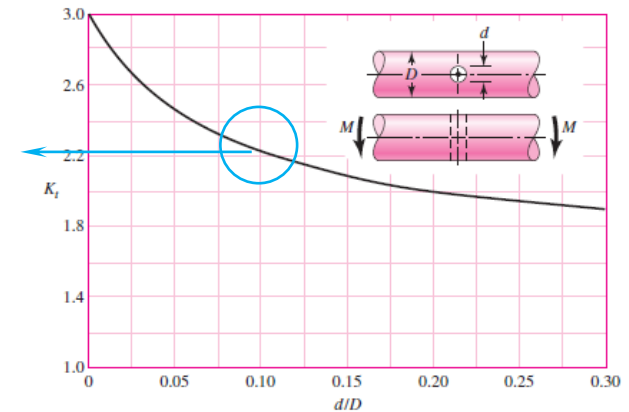
Round shaft in torsion with transverse hole.



**Figure A-15-11**

Round shaft in bending with a transverse hole.  $\sigma_0 = M/[(\pi D^3/32) - (dD^2/6)]$ , approximately.

$$K \approx 2.2$$



El programa *en EXCEL* selecciona de las medidas de los diámetros  $D_{cab}$ ,  $D_{pie}$ ,  $D_{apo}$ , las máximas de las 3, al ir variando los dosados  $Fr$  y las revoluciones  $n$ . ( $D_{bulón} = D_{cab}$   $D_{manivela} = D_{pie}$ )

Los Anchos de apoyos del pistón, bulón y cabeza de biela, dependen además de otras variables \* del diámetro del pistón.

\* El Ancho mínimo de la Cabeza de la Biela, será  $An_{CB} > \pi F_P / (D_{cab} \sigma)$

Los Anchos de pie de biela, manivela y cojinete del cigüeñal dependen de la separación entre cilindros adyacentes y varían entre motores en Línea y motores en V, ya que en los últimos dos bielas suelen compartir la misma manivela, por lo que, en general, suelen disminuir estos anchos o espesores de las distintas piezas.



Parámetros Constructivos	
Dp =	100 mm
Rma =	25 mm
Lbi =	125 mm

Parámetros Reales		
ℓ =	57 mm	CMbiela
ξ =	0.456	ξ = ℓ/Lbi

Relaciones Geométricas Aparentes			
L'bi =	100 mm	L'bi = Lbi + Rcab - Rpie	
ℓ' =	7 mm	ℓ' = ℓ - Rpie	
ξ' =	0.070	ξ' = ℓ' / L'bi	

Masas de partida Aproximadas	
MaPi =	382 g
MaBi =	1,847 g
MaCi =	5893 g

Medidas de partida FEM		Max			
Pgas =	3 E+6	Pa	8 E+6		
Fuerzas máximas		Medidas Instantáneas			
Punto P	20,266	Dcab =	20 mm	Máximas Aprox.	33
Punto M	24,104	Dpie =	38 mm		55
Punto O	12,828	Dapo =	32 mm		65

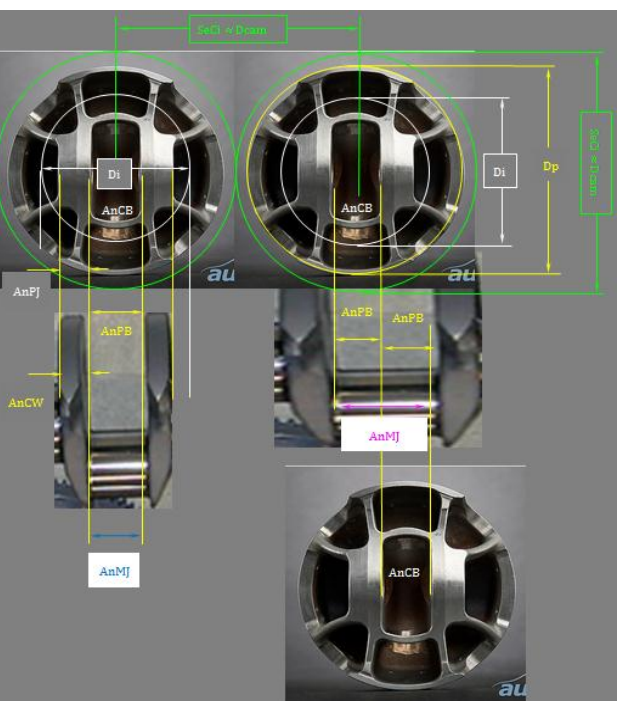
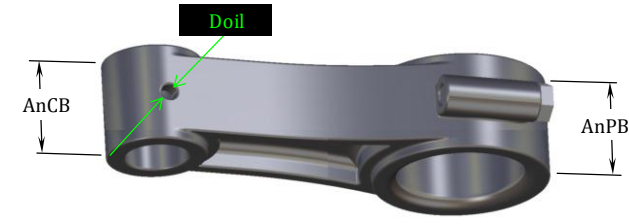
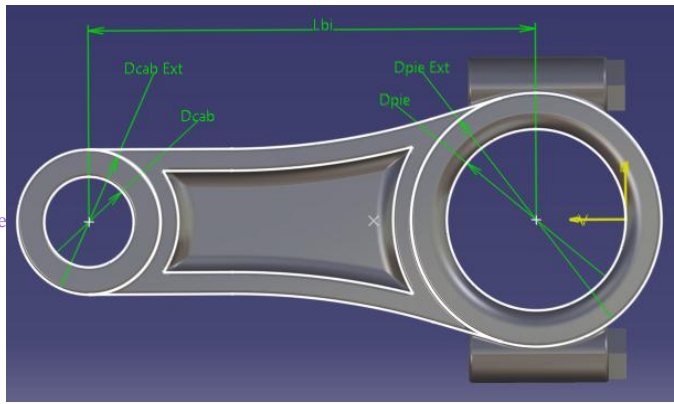
Cojinetes Biela y Cigüeñal CAD		Diámetros de lubricación	
Dcab =	0.025 m	Doil = 0.005 m	
Dpie =	0.050 m	Ancho Mínimo Cabeza Biela	
Dapo =	0.060 m	AnMí = 0.018 m	

Para repartir esfuerzos  $\pi/4 (Dp^2 - Di^2) = \pi/4 D_{CM}^2 = 4/3\pi R \approx 0.4 R$   
 $Di \approx AnCB + AnPJ$        $Di = Dp/\sqrt{2} \approx 0.7 Dp$        $Di \approx 0.4 Dp$   
 $AnCB \approx Di/2$        $AnPJ \approx Di/4$       **0.070**      **0.040**

Para motores en Línea y en V			
EsCi =	0.010 mm	Espesor Camisa Cilindro	
Dp =	0.100 mm	Diámetro Pistón	
AnCB ≈	<b>0.035</b> mm	Ancho Cabeza Biela	
AnPJ ≈	<b>0.017</b> mm	Ancho Piston Journal	

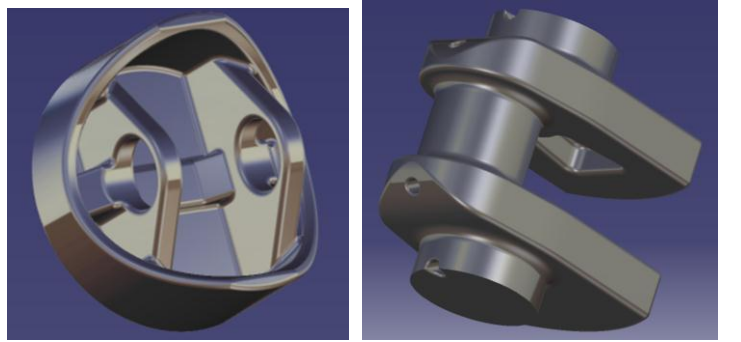
Para motores en Línea			
$Dcam \approx SeCi = AnCJ + AnPB + 2 AnCW = 3 AnPB = SeCi/3$			
$AnPB = AnCJ = 2 AnCW = AnMJ$			
Dcam =	0.120 mm	Diámetro Camisa Cilindro	
SeCi ≈	0.120 mm	Separación de Cilindros	
AnPB ≈	0.040 mm	Ancho Pie Biela	
AnMJ ≈	0.040 mm	Ancho Manivela Journal (L)	
AnCJ ≈	0.040 mm	Ancho Crankshaft Journal (L)	
AnCW ≈	0.020 mm	Ancho CounterWeight	

Para motores en V			
$Dcam \approx SeCi = AnCJ + 2 AnPB + 2 AnCW = 4 AnPB$ $AnPB = SeCi/4$			
$AnPB = AnCJ = 2 AnCW = AnMJ/2$			
Dcam =	0.120 mm	Diámetro Camisa Cilindro	
SeCi ≈	0.120 mm	Separación de Cilindros	
AnPB ≈	0.030 mm	Ancho Pie Biela	
AnMJ ≈	0.060 mm	Ancho Manivela Journal (L)	
AnCJ ≈	0.030 mm	Ancho Crankshaft Journal (L)	
AnCW ≈	0.015 mm	Ancho CounterWeight	

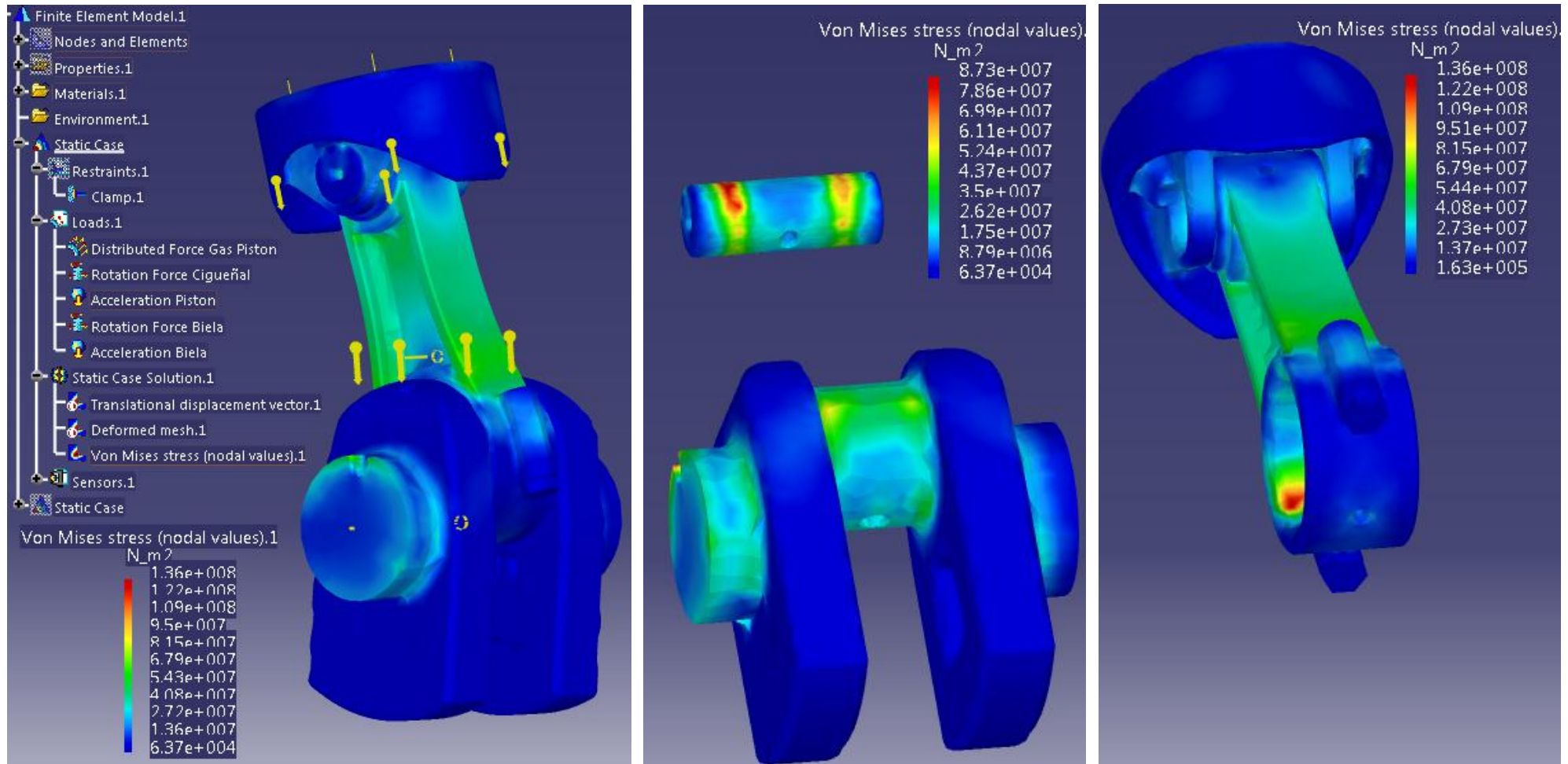


El programa en EXCEL facilita unas medidas de partida **Aprox.** para empezar a diseñar el CAD.

Después del diseño preliminar en CAD introduciendo **datos que proporciona el CAD** (masas, inercias, centros de gravedad, etc.) podemos prever los efectos dinámicos para dirigir el rediseño en una determinada dirección (nos ayuda ya que las modificaciones en CAD son tediosas comparadas con EXCEL).



Haciendo un análisis estático con la fuerza del gas  $F_{GAS}$  y añadiendo las fuerzas de inercia (aceleraciones de pistón, biela y cigüeñal), datos que sacamos de la simulación en Excel, obtenemos:



Análisis realizado con los datos tomados del EXCEL para un dosado  $Fr = 80\%$   $n = 3.000$  rpm  $\varphi = 379^\circ = 19^\circ$